

**edificação  
SEGURA**  
PROGRAMA NACIONAL  
DE REDUÇÃO DE RISCOS  
E AUMENTO DA VIDA ÚTIL  
DE ESTRUTURAS DE  
EDIFICAÇÕES





## Curso de capacitação em inspeção de estruturas de concreto - 2014 -

### Módulo 3. Mecanismos de deterioração, manifestações patológicas em estruturas de concreto e medidas preventivas

Prof. Paulo Helene. PhD Engenharia

**Patrocínio:**






produtos  
**quartzolit**

**Coordenação:**



1







# Considerações sobre o Módulo de Elasticidade do Concreto



**Paulo Helene**  
*Diretor PhD Engenharia  
Presidente de Honor ALCONPAT  
Prof. Titular Universidade de São Paulo USP  
Member fib(CEB-FIP) Service Life of Concrete Structures  
Diretor e Conselheiro Permanente Instituto Brasileiro do Concreto IBRACON*

**SENGE** **02 de Julho de 2014** **Porto Alegre**

2

## Definições

### ABNT NBR 6118:2007 item 8.1:

$E_{ci}$  → módulo de elasticidade ou módulo de deformação tangente inicial do concreto, referindo-se sempre ao módulo cordal a 30%  $f_c$ ;

$E_{cs}$  → módulo de elasticidade secante do concreto, também denominado módulo de deformação secante do concreto;

$E_{ci}(t_0)$  → módulo de elasticidade ou módulo de deformação inicial do concreto no instante  $t_0$ ;

$E_{ci28}$  → módulo de elasticidade ou módulo de deformação inicial do concreto aos 28 dias.

### ABNT NBR 6118:2014 item 8.2.8:

o módulo de elasticidade ( $E_{ci}$ ) deve ser obtido segundo o método de ensaio estabelecido na ABNT NBR 8522, sendo considerado nesta norma o módulo de deformação tangente inicial, obtido aos 28 dias de idade;

o módulo de deformação secante pode ser obtido segundo método de ensaio estabelecido na ABNT NBR 8522, ou estimado pela expressão:

$$E_{cs} = E_{ci} * (0,8 + 0,2 * f_{ck}/80) \leq 1,0;$$

$E_{ci}(t_0)$  → módulo de elasticidade ou módulo de deformação inicial do concreto no instante  $t_0$ ;

$E_{ci28}$  → módulo de elasticidade ou módulo de deformação inicial do concreto aos 28 dias.



3

## Definições

### EUROCODE 2 item 1.6:

$E_c$  → tangent modulus of elasticity of normal weight concrete at a stress of  $\sigma_c = 0$ ;

$E_{c,eff}$  → effective modulus of elasticity of concrete (item 7.4.3);

$E_{cd}$  → design value of modulus of elasticity of concrete;

$E_{cm}$  → secant modulus of elasticity of concrete between  $\sigma_c = 0$  and  $0,4f_{cm}$ ;

$E_c(t)$  → tangent modulus of elasticity of normal weight concrete at a stress of  $\sigma_c = 0$  and at time  $t$ .

### fib Model Code 2010 – Notations:

$E_c$  → modulus of elasticity for concrete;

$E_{ci}(t_0)$  → tangent modulus of elasticity of concrete at the time of loading  $t_0$ ;

$E_{ci}$  → tangent modulus of elasticity of concrete at an age of 28 days;

$E_{ci}(t)$  → modulus of elasticity of concrete at an age  $t \neq 28$  days;

$E_{c,1}$  → secant modulus from the origin to the peak compressive stress (Table 5.1-8);

$E_{c,imp}$  → modulus of elasticity of concrete for impact loading (item 5.1.11.2.4).

### ACI 318-14 item 2.2:

$E_c$  → modulus of elasticity of concrete;

$E_{cb}$  → modulus of elasticity of beam concrete;

$E_{cs}$  → modulus of elasticity of slab concrete.



4

## Fatores intervenientes



### A. Diretos

1. Relação água/cimento: (*inverso*)
2. Natureza do agregado: (*direto*)  
Basalto, diabásio, granito, gnaiss, calcário, arenito, meta-sedimento
3. Teor de argamassa seca: (*inverso*)  
 $(1+a)/(1+m)$
4. Fração pasta: (*inverso*)  
 $(1+a/c)/(1+m+a/c)$
5. Fração agregado: (*direto*)  
 $(1+a+p)/(1+m)$
6. Adições: (*inverso*)
7. Umidade do corpo de prova (*inverso*)
8. Teor de ar incorporado ou aprisionado: (*inverso*)

### Indiretos:

1. Resistência à compressão (*direto*)
2. Consistência (slump) (*inverso*)

5

## Como ensaiar?



### Ensaio Estático

#### ABNT NBR 8522:2008

Item 3.5 Módulo de deformação secante ( $E_{cs}$ ): Propriedade do concreto cujo valor numérico é o coeficiente angular da reta secante ao diagrama tensão-deformação específica, passando pelos pontos A e B correspondentes, respectivamente, à tensão  $\sigma_a$  e à tensão considerada no ensaio;

Item 3.6 Módulo de elasticidade ou módulo de deformação tangente inicial ( $E_{ci}$ ): módulo de elasticidade ou módulo de deformação tangente à origem ou inicial, que é considerado **equivalente** ao módulo de deformação **secante** ou cordal entre  $\sigma_a$  e  $30\%f_c$ , para o carregamento estabelecido neste método de ensaio;

6

## Como ensaiar?



7

## Como estimar?

NORMA	MÓDULO TANGENTE	MÓDULO SECANTE
ABNT NBR 6118:2007	$E_{ci} = 5600 * \sqrt{f_{ck}}$	$E_{cs} = 0,85 * E_{ci}$
ABNT NBR 6118:2014*	$E_{ci} = \alpha_E * 5600 * \sqrt{f_{ck}}$ para $f_{ck}$ de 20MPa a 50MPa $E_{ci} = 21,5 * 10^3 * \alpha_E * \left(\frac{f_{ck} + 1,25}{10}\right)^{1/3}$ para $f_{ck}$ de 55MPa a 90MPa	$E_{cs} = \alpha_i * E_{ci}$ $E_{cs} = \left[0,8 + 0,2 * \left(\frac{f_{ck}}{80}\right)\right] * E_{ci}$
fib MODEL CODE 2010*	$E_{ci} = 21,5 * 10^3 * \alpha_E * \left(\frac{f_{ck} + 8}{10}\right)^{1/3}$ $E_{ci}(t) = \left(e^{\left\{s * \left[1 - \left(\frac{28}{t}\right)^{0,5}\right]\right\}}\right)^{0,5} * E_{ci}$	$E_c = \alpha_i * E_{ci}$ $E_c = \left[0,8 + 0,2 * \left(\frac{f_{cm}}{88}\right)\right] * E_{ci}$

\*  $\alpha_E = 1,2$  para basalto e diabásio;  $1,0$  para granito e gnaisse;  $0,9$  para calcário e  $0,7$  para arenito.

8

## Como estimar?

NORMA	MÓDULO TANGENTE	MÓDULO SECANTE
ABNT NBR 6118:2007	$E_{ct} = 5600 * \sqrt{f_{ck}}$	$E_{cs} = 0,85 * E_{ct}$
ABNT NBR 6118:2014*	$E_{ct} = \alpha_E * 5600 * \sqrt{f_{ck}}$ para $f_{ck}$ de 20MPa a 50MPa $E_{ct} = 21,5 * 10^3 * \alpha_E * \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25\right)^{1/3}$ para $f_{ck}$ de 55MPa a 90MPa	$E_{cs} = \alpha_i * E_{ct}$ $E_{cs} = \left[0,8 + 0,2 * \left(\frac{f_{ck}}{80}\right)\right] * E_{ct}$
ACI 318 -14**	-	$E_c = 0,043 * \omega_c^{1,5} * f_c^{1/2}$ (MPa) para $\omega_c$ entre 1440 e 2560 kg/m <sup>3</sup> $E_c = 4732 * f_c^{1/2}$ (MPa) para concreto de massa específica normal
EUROCODE 2	$E_c = 1,05 * E_{cm}$ $E_{c(t)} = 1,05 * \left( e^{\left\{ s * \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{0,5} \right] \right\}} \right)^{0,3} * E_{cm}$	$E_{cm} = 22 * \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3}$ ( $f_{cm}$ em MPa) $E_{cd} = E_{cm}/1,2$

\*  $\alpha_E = 1,2$  para basalto e diabásio; 1,0 para granito e gnaiss; 0,9 para calcário e 0,7 para arenito.

\*\*o item R19.2.2.1 traz a definição de  $E_c$  como a inclinação da reta traçada a partir da origem até a tensão de compressão de  $0,45 * f_c$  e que os valores de módulo de elasticidade obtidos através de ensaios podem variar de 80% a 120% dos valores previstos.

9

## Como estimar?

Empregando as expressões da ABNT NBR 6118:2014, pode-se considerar os valores arredondados da Tabela 8.1.

**Tabela 8.1 - Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado graúdo)**

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
$E_{ct}$ (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
$E_{cs}$ (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
$\alpha_i$	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,93	0,95	0,98	1,00	1,00

10

## Como controlar?



De acordo com Montija (2007), as variabilidades dentro do ensaio estático, aferidas em programas interlaboratoriais nacionais, podem promover desvios padrões da ordem de 3,5GPa.

Dados atualizados destes mesmos interlaboratoriais, de acordo com os resultados apresentados por Bittencourt et al. (2014), mostram que estes desvios são de 5,8GPa a 6,3GPa, o que significa uma variabilidade expressa pelo coeficiente de variação da ordem de 10% a 15%, que é equivalente à variabilidade da resistência de um concreto na condição de preparo do grupo B (concreto produzido no canteiro segundo ABNT NBR 12655:2006).

Por desconhecimento dessa natural e elevada variabilidade dos resultados, também constatada pelo ACI 318 que recomenda tolerância de 0,8 a 1,2 do resultado previsto pelo modelo matemático, infelizmente tem havido discussões e desgastes desnecessários entre fornecedores, construtores e projetistas.

11

# ASPECTOS CONTROVERSOS

12

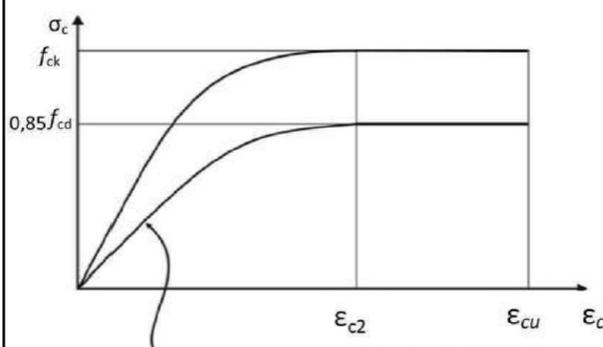
## Comparação entre os modelos de previsão dos módulos de elasticidade

$f_{ck}$ [MPa]	Módulo [GPa]							
	NBR 6118:2014		fib Model Code 2010		ACI 318:2011	Eurocode:2004		
	tangente	secante	tangente	secante	secante	tangente	secante	cálculo
20	25,0	21,3	30,3	26,2	21,2	31,5	30,0	25,0
40	35,4	31,9	36,3	33,0	29,9	37,0	35,2	29,4
60	41,6	39,5	40,7	38,9	36,7	41,1	39,1	32,6
90	46,7	46,7	46,0	46,0	44,9	45,8	43,6	36,4

13

ABNT NBR 6118:2014

item 8.2.10 Diagrama tensão-deformação



- Para concretos de classe até C50:

$$\epsilon_{c2} = 2,0\text{‰};$$

$$\epsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$$

- Para concretos de classes C55 até C90:

$$\epsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53};$$

$$\epsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot [(90 - f_{ck})/100]^4;$$

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right]$$

Para  $f_{ck} \leq 50$  MPa:  $n=2$   
 Para  $f_{ck} > 50$  MPa:  $n = 1,4 + 23,4 [(90 - f_{ck})/100]^4$

Figura 8.2 - Diagrama tensão-deformação idealizado

14

## Qual ponto adotar?

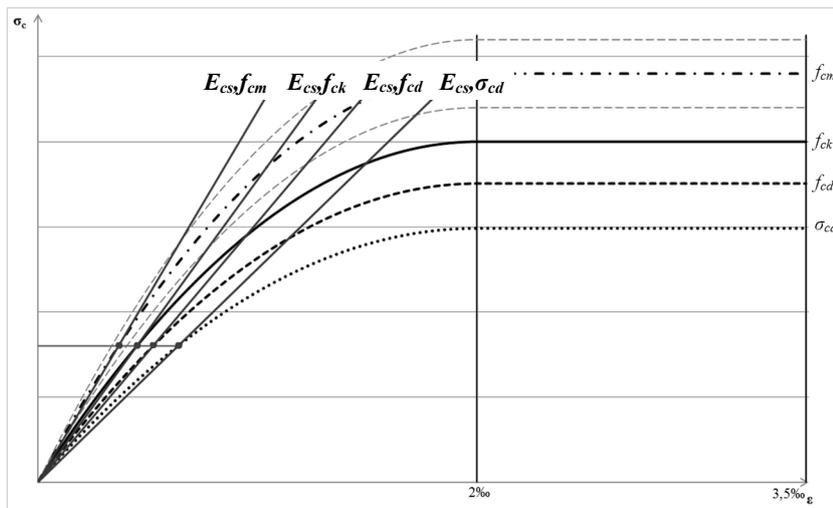
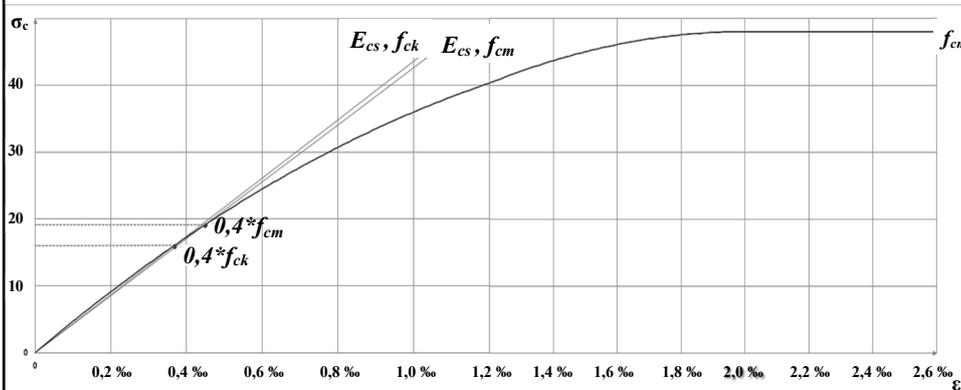


Diagrama tensão-deformação específica idealizado, adaptado da ABNT NBR 6118:2014, Figura 8.2

15

## Qual ponto adotar?



Determinação do módulo secante, segundo a ABNT NBR 6118:2014 e EUROCODE, para um concreto genérico de  $f_{ck}=40\text{MPa}$

16

# Onde influencia?

## Fluência

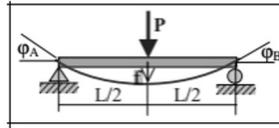
$$\varepsilon_c = \sigma_c(t_0) \left[ \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c28}} \right] + \varepsilon_{cs}(t, t_0) + \Delta\sigma_c(t, t_0) \left( \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c28}} \right)$$

## Parâmetro de instabilidade

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{N_k / (E_{cs} I_c)}$$

## Flecha

Ex.: Viga bi-apoiada com carga concentrada

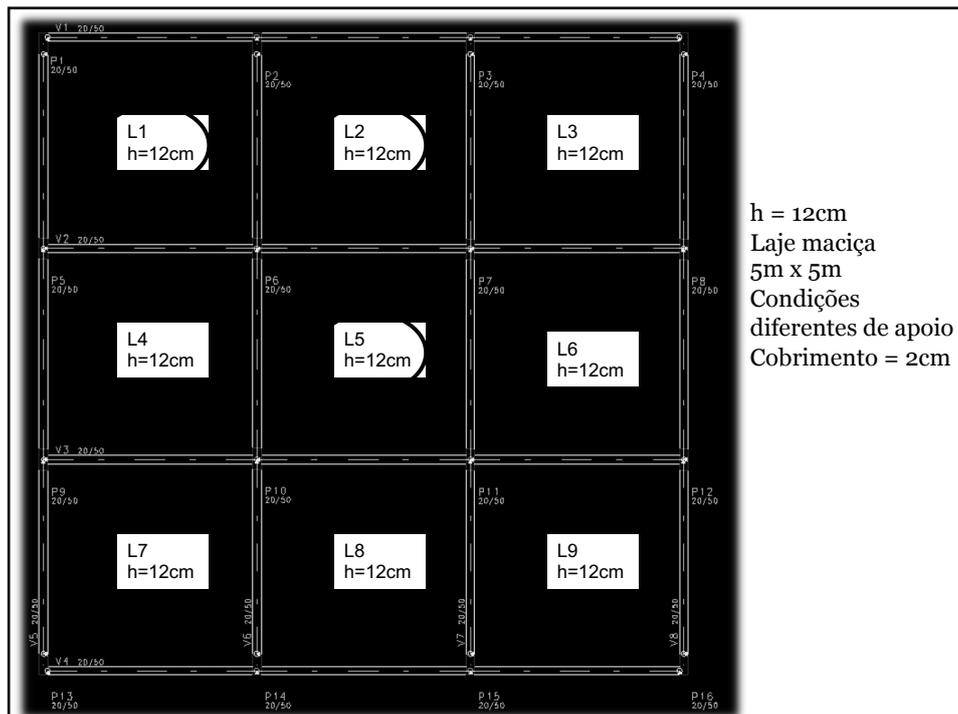


$$f = - \frac{PL^3}{48EI}$$

## Não linearidade física

- lajes:  $(E)_{sec} = 0,3 E_{ci} / c$
- vigas:  $(E)_{sec} = 0,4 E_{ci} / c$  para  $A_s' \neq A_s$  e  
 $(E)_{sec} = 0,5 E_{ci} / c$  para  $A_s' = A_s$
- pilares:  $(E)_{sec} = 0,8 E_{ci} / c$

17



18

## Quanto influencia? $f_{ck} = 20\text{MPa}$

C20	Imediata (cm)			Diferida (cm)		
	L1	L2	L5	L1	L2	L5
-20%	-0,70	-0,40	-0,20	-1,37	-0,98	-0,31
-15%	-0,60	-0,40	-0,20	-1,29	-0,92	-0,29
-10%	-0,60	-0,40	-0,20	-1,21	-0,87	-0,28
-5%	-0,60	-0,30	-0,20	-1,15	-0,82	-0,26
0	-0,50	-0,30	-0,20	-1,09	-0,78	-0,25
5%	-0,50	-0,30	-0,20	-1,04	-0,75	-0,24
10%	-0,50	-0,30	-0,10	-0,99	-0,71	-0,23
15%	-0,50	-0,30	-0,10	-0,95	-0,68	-0,22
20%	-0,40	-0,30	-0,10	-0,91	-0,65	-0,21

$h = 12\text{cm} = \text{cte}$   
 $f_{ck} = \text{cte}$   
 Cobrimento = cte  
 $E_{cs} = \text{variável}$   
 Taxa armadura cte  
 $t_x = 0,15\%$   
 $t_y = 0,15\%$

19

## Quanto influencia? $f_{ck} = 35\text{MPa}$

C35	Imediata (cm)			Diferida (cm)		
	L1	L2	L5	L1	L2	L5
-20%	-0,50	-0,30	-0,10	-0,93	-0,60	-0,33
-15%	-0,50	-0,30	-0,10	-0,88	-0,57	-0,31
-10%	-0,40	-0,30	-0,10	-0,83	-0,54	-0,30
-5%	-0,40	-0,30	-0,10	-0,79	-0,51	-0,28
0	-0,40	-0,20	-0,10	-0,75	-0,48	-0,27
5%	-0,40	-0,20	-0,10	-0,71	-0,46	-0,25
10%	-0,40	-0,20	-0,10	-0,68	-0,44	-0,24
15%	-0,30	-0,20	-0,10	-0,65	-0,42	-0,23
20%	-0,30	-0,20	-0,10	-0,62	-0,40	-0,22

$h = \text{cte}$   
 $f_{ck} = \text{cte}$   
 Cobrimento = cte  
 $E_{cs} = \text{variável}$   
 Taxa armadura cte  
 $t_x = 0,17\%$   
 $t_y = 0,20\%$

20

## Quanto influencia? $f_{ck} = 50\text{MPa}$

C50	Imediata (cm)			Diferida (cm)		
	L1	L2	L5	L1	L2	L5
-20%	-0,40	-0,20	-0,10	-0,78	-0,51	-0,28
-15%	-0,30	-0,20	-0,10	-0,74	-0,48	-0,26
-10%	-0,30	-0,20	-0,10	-0,70	-0,45	-0,25
-5%	-0,30	-0,20	-0,10	-0,66	-0,43	-0,23
0	-0,30	-0,20	-0,10	-0,63	-0,41	-0,22
5%	-0,30	-0,20	-0,10	-0,60	-0,39	-0,21
10%	-0,30	-0,20	-0,10	-0,57	-0,37	-0,20
15%	-0,30	-0,20	-0,10	-0,55	-0,35	-0,19
20%	-0,20	-0,10	-0,10	-0,52	-0,34	-0,19

$h = \text{cte}$   
 $f_{ck} = \text{cte}$   
 Cobrimento = cte  
 $E_{cs} = \text{variável}$   
 Taxa armadura cte  
 $t_x = 0,20\%$   
 $t_y = 0,24\%$

21

### 17.3.5.2.1 Armadura de tração

A armadura mínima de tração, em elementos estruturais armados ou protendidos deve ser determinada pelo dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo dado pela expressão a seguir, respeitada a taxa mínima absoluta de 0,15 %:

$$M_{d,\text{mín}} = 0,8W_0 f_{ctk,\text{sup}}$$

onde

$W_0$  é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,\text{sup}}$  é a resistência característica superior do concreto à tração (ver 8.2.5).

Alternativamente, a armadura mínima pode ser considerada atendida se forem respeitadas as taxas mínimas de armadura da Tabela 17.3.

Tabela 17.3 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas

Forma da seção	Valores de $\rho_{\text{mín}}^a$ ( $A_s, \text{mín}/A_c$ ) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

<sup>a</sup> Os valores de  $\rho_{\text{mín}}$  estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$  e  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{\text{mín}}$  deve ser recalculado.

22

# Bibliografia



HELENE, Paulo et al. Considerações sobre o Módulo de Elasticidade do Concreto. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 56., 2014, Natal. No Prelo, 2014. (download free [www.concretophd.com.br/publicacao.asp?codigo=17](http://www.concretophd.com.br/publicacao.asp?codigo=17))

MONTEIRO, Paulo J. M., HELENE, Paulo & KANG, S. Designing Concrete Mixtures for Strength, Elastic Modulus and Fracture Energy. *Materials & Structures*, v.26, p.443 - 452, 1993. (download free [www.concretophd.com.br/publicacao.asp?codigo=17](http://www.concretophd.com.br/publicacao.asp?codigo=17))

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 6118. Projeto de estruturas de concreto. Procedimento. Rio de Janeiro, 2014. (consulta free na biblioteca da PhD)

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 8522. Determinação do módulo elástico de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008. (consulta free na biblioteca da PhD)

BITTENCOURT, R. M.; FARIAS, L. A.; INÁCIO, J. J.; MARQUES, R. A. Relatório do XIX Programa Interlaboratorial de Ensaio de Concreto/2013, Furnas Centrais Elétricas S.A., à Comissão Técnica de Laboratórios de Ensaio em Construção Civil do Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (INMETRO-CTLE-01), Goiânia, 2014. (consulta free na biblioteca da PhD)

CABRAL, Larissa Marques Cunha. Análise comparativa do módulo de elasticidade calculado segundo diferentes normas. 2014. 92 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Tecnologia das Construções, Departamento de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Católica de Pernambuco, Recife, 2014. (download free [www.concretophd.com.br/publicacao.asp?codigo=20](http://www.concretophd.com.br/publicacao.asp?codigo=20))

23

# OBRIGADO!



*"do Laboratório de Pesquisa ao Canteiro de Obras"*

[www.concretophd.com.br](http://www.concretophd.com.br)  
[www.phd.eng.br](http://www.phd.eng.br)

11-2501-4822 / 23  
11-7881-4014

24