

MÓDULO DE ELASTICIDAD del CONCRETO
(Hormigón)

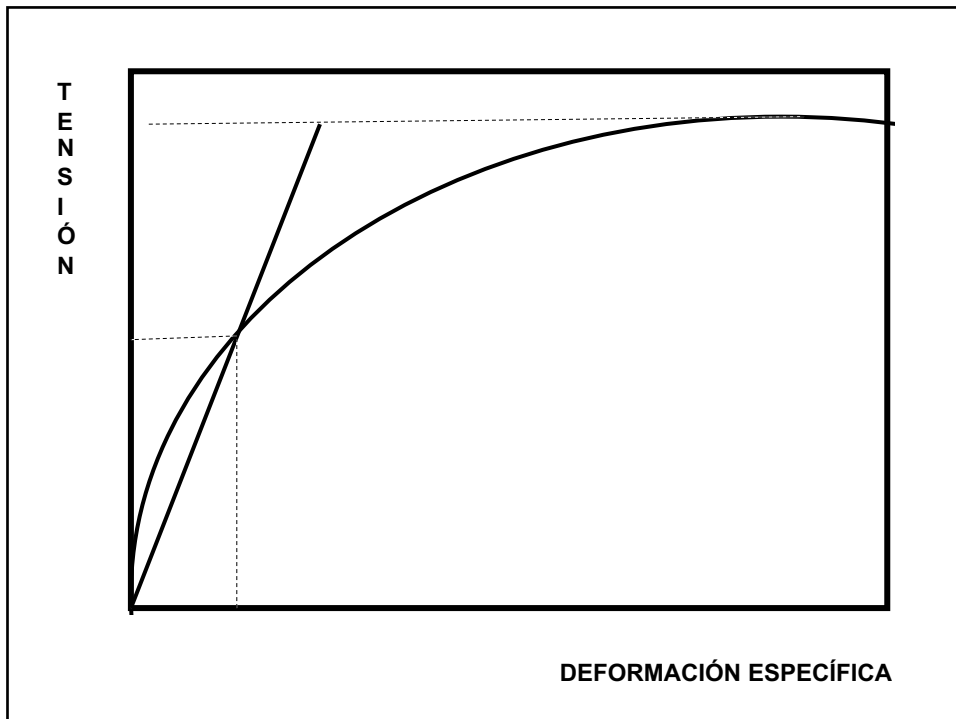
Alessandra Lorenzetti de Castro
IPT Instituto de Pesquisas Tecnológicas

Pedro Bilesky
PhD Engenharia

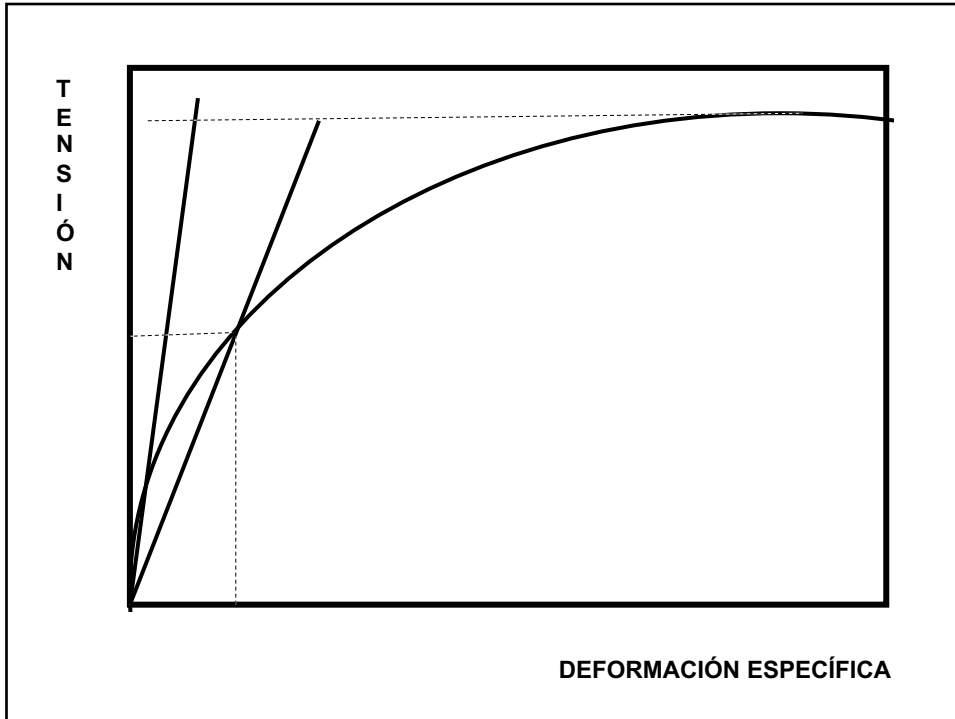
Cláudio Sbrighi Neto
Diretor IBRACON

Paulo Helene

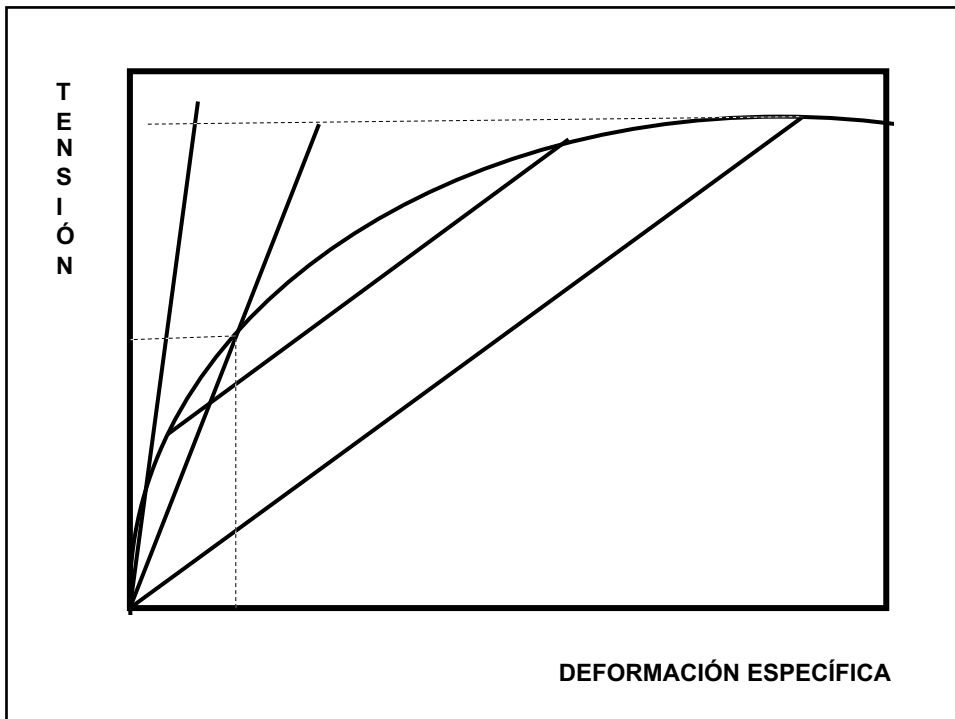
1



2



3



4

Definições

EUROCODE 2 item 1.6:

E_c → tangent modulus of elasticity of normal weight concrete at a stress of $\sigma_c = 0$;
 $E_{c,eff}$ → effective modulus of elasticity of concrete (item 7.4.3);
 E_{cd} → design value of modulus of elasticity of concrete;
 E_{cm} → secant modulus of elasticity of concrete between $\sigma_c = 0$ and $0,4f_{cm}$;
 $E_c(t)$ → tangent modulus of elasticity of normal weight concrete at a stress of $\sigma_c = 0$ and at time t .

fib Model Code 2010 – Notations:

E_c → modulus of elasticity for concrete;
 $E_{ci}(t_0)$ → tangent modulus of elasticity of concrete at the time of loading t_0 ;
 E_{ci} → tangent modulus of elasticity of concrete at an age of 28 days;
 $E_{ci}(t)$ → modulus of elasticity of concrete at an age $t \neq 28$ days;
 $E_{c,t}$ → secant modulus from the origin to the peak compressive stress (Table 5.1-8);
 $E_{c,imp}$ → modulus of elasticity of concrete for impact loading (item 5.1.11.2.4).

ACI 318-14 item 2.2:

E_c → modulus of elasticity of concrete;
 E_{cb} → modulus of elasticity of beam concrete;
 E_{cs} → modulus of elasticity of slab concrete.

5

Fatores intervenientes

A. Diretos

1. Relação água/cimento: (*inverso*)
2. Natureza do agregado: (*direto*)
Basalto, diabásio, granito, gnaisse, calcário, arenito, meta-sedimento
3. Teor de argamassa seca: (*inverso*)
 $(1+a)/(1+m)$
4. Fração pasta: (*inverso*)
 $(1+a/c)/(1+m+a/c)$
5. Fração agregado: (*direto*)
 $(1+a+p)/(1+m)$
6. Adições: (*inverso*)
7. Umidade do corpo de prova (*inverso*)
8. Teor de ar incorporado ou aprisionado: (*inverso*)

B. Indiretos:

1. Resistência à compressão (*direto*)
2. Consistência (slump) (*inverso*)

6

Como ensaiar?

Ensaio Estático

ABNT NBR 8522:2008

Item 3.5 Módulo de deformação secante (E_{cs}): Propriedade do concreto cujo valor numérico é o coeficiente angular da reta secante ao diagrama tensão-deformação específica, passando pelos pontos A e B correspondentes, respectivamente, à tensão σ_a e à tensão considerada no ensaio;

Item 3.6 Módulo de elasticidade ou módulo de deformação tangente inicial (E_{ci}): módulo de elasticidade ou módulo de deformação tangente à origem ou inicial, que é considerado **equivalente** ao módulo de deformação **secante** ou cordal entre σ_a e $30\%f_c$, para o carregamento estabelecido neste método de ensaio;

7

Como ensaiar?



8

Outras formas de determinar

Métodos dinâmicos:

Velocidade de propagação ultrassônica → ASTM C597-09

Este método de ensaio é utilizado para avaliar a uniformidade, a qualidade relativa do concreto e indicar a presença de vazios. O resultado de módulo de elasticidade também pode ser obtido.

Estímulo por impulso → ASTM E1876-09

O método de determinação do módulo dinâmico pelo estímulo por impulso consiste em obter as frequências naturais de vibração do concreto a partir da resposta acústica provocada pelo impacto de um pulsador no corpo de prova e, com base na sua massa e dimensões, é calculado o módulo de elasticidade dinâmico do concreto.

9

Tomada da velocidade de propagação ultrassônica

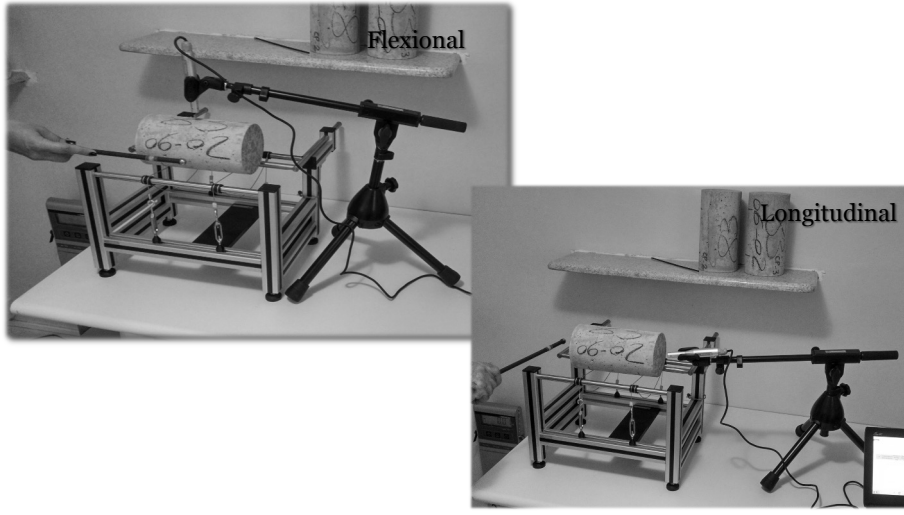
Bancada de ensaios PhD



10

Estímulo por impulso

Bancada de ensaios PhD



11

Dados bibliográficos

Relação entre o módulo dinâmico e estático

Resistência à compressão	Mehta & Monteiro: 2014	Almeida: 2008	
	Ensaio dinâmico em geral	Estímulo por impulso	
		Flexional	Longitudinal
Baixa ≤ 20 MPa	1,40	1,28	1,34
Média $20 < f_{ck} < 40$ MPa	1,30	1,21	1,27
Alta ≥ 40 MPa	1,20	1,06	1,08

12

- Estudo de algumas das variáveis que interferem no resultado do módulo de elasticidade:
 - diferentes relações água/cimento;
 - diferentes consistências do concreto fresco;
 - diferentes volumes de pasta por metro cúbico de concreto;
 - diferentes resistências à compressão; e
 - diferentes idades.

13

Tabela 1. Módulos típicos de elasticidade de pastas e rochas.

material	módulo de elasticidade, em GPa
gabro ³	130
basalto ³ e diabásio ³	65
quartzitc ²	55
granito e gnaisse ³	35
arenito ³	12
pasta a/c = 0,25 ⁴	24
pasta a/c = 0,38 ⁴	19
pasta a/c = 0,48 ⁴	16

14

Investigación

- Consistências → (50 ± 5) mm; (100 ± 10) mm; (200 ± 25) mm
- Traço em massa seca → 1:3, 1:4, 1:5, 1:6, 1:7
- Idades → 3d, 7d, 28d, 63d, 91d, 182d, 364d
- Agregados: Quartzo e granito
- Cimento CP II E 32
- Sem aditivos

15

Resultados para traços de consistência seca

descrição	traço 1:3	traço 1:4	traço 1:5	traço 1:6	traço 1:7
abatimento, em mm	50 ± 5	50 ± 5	50 ± 5	50 ± 5	50 ± 5
relação a/c, em kg/kg	0.338	0.423	0.514	0.617	0.700
$f_{c, 3d}$, em MPa	46.2	27.1	18.1	15.0	6.9
$f_{c, 7d}$, em MPa	53.7	36.3	22.1	18.8	10.8
$f_{c, 28d}$, em MPa	62.1	48.0	36.1	26.0	17.0
$f_{c, 63d}$, em MPa	64.0	52.1	40.0	27.8	17.5
$f_{c, 91d}$, em MPa	67.0	54.5	41.9	28.8	18.6
$f_{c, 182d}$, em MPa	67.8	56.5	45.0	29.7	19.5
$f_{c, 364d}$, em MPa	68.4	58.3	46.5	30.9	20.4
$E_{ci, 3d}$, em GPa	40.4	31.6	30.7	27.4	21.8
$E_{ci, 7d}$, em GPa	42.5	37.3	30.6	30.9	24.9
$E_{ci, 28d}$, em GPa	40.5	39.0	34.8	30.6	23.0
$E_{ci, 63d}$, em GPa	42.7	39.6	35.4	34.7	27.7
$E_{ci, 91d}$, em GPa	45.7	42.1	38.5	33.8	33.1
$E_{ci, 182d}$, em GPa	45.9	43.2	39.3	34.8	30.3
$E_{ci, 364d}$, em GPa	46.1	43.7	41.0	34.8	31.6
$E_{cs, 3d}$, em GPa	35.6	30.6	28.7	25.6	20.4
$E_{cs, 7d}$, em GPa	39.7	34.9	28.5	28.9	22.2
$E_{cs, 28d}$, em GPa	39.9	36.1	32.2	27.9	21.7
$E_{cs, 63d}$, em GPa	41.2	37.1	34.2	30.2	21.6
$E_{cs, 91d}$, em GPa	43.8	38.2	34.9	31.1	29.9
$E_{cs, 182d}$, em GPa	43.0	40.4	38.4	32.6	28.4
$E_{cs, 364d}$, em GPa	43.1	40.8	38.4	33.1	29.8

16

Resultados para traços de consistência plástica

descrição	traço 1:3	traço 1:4	traço 1:5	traço 1:6	traço 1:7
abatimento, em mm	100 ± 10	100 ± 10	100 ± 10	100 ± 10	100 ± 10
relação a/c, em kg/kg	0.382	0.475	0.574	0.677	0.791
$f_{c, 3d}$, em MPa	34.8	20.2	12.9	8.8	6.1
$f_{c, 7d}$, em MPa	40.9	30.8	20.9	12.3	9.5
$f_{c, 28d}$, em MPa	51.4	41.1	33.4	18.8	14.4
$f_{c, 63d}$, em MPa	55.3	46.0	38.0	22.7	16.1
$f_{c, 91d}$, em MPa	61.1	50.1	41.4	24.6	17.5
$f_{c, 182d}$, em MPa	62.9	52.7	43.9	26.9	18.4
$f_{c, 364d}$, em MPa	65.6	55.3	46.3	28.8	20.3
$E_{ci, 3d}$, em GPa	33.7	29.1	24.2	21.3	18.8
$E_{ci, 7d}$, em GPa	34.5	32.3	28.4	23.8	21.8
$E_{ci, 28d}$, em GPa	31.3	35.6	32.3	20.5	22.4
$E_{ci, 63d}$, em GPa	35.2	37.0	36.6	30.3	26.0
$E_{ci, 91d}$, em GPa	37.6	38.0	34.3	32.0	26.8
$E_{ci, 182d}$, em GPa	39.7	38.7	36.4	30.9	29.2
$E_{ci, 364d}$, em GPa	41.0	37.3	37.0	31.6	28.5
$E_c, 3d$, em GPa	31.5	26.3	20.6	19.9	15.6
$E_c, 7d$, em GPa	33.3	30.3	29.0	22.3	19.0
$E_c, 28d$, em GPa	31.9	33.3	26.6	22.3	19.4
$E_c, 63d$, em GPa	35.7	34.6	31.9	27.7	24.5
$E_c, 91d$, em GPa	36.2	33.0	32.8	28.1	25.1
$E_c, 182d$, em GPa	38.4	36.2	34.1	28.9	25.0
$E_c, 364d$, em GPa	38.9	36.8	34.2	28.6	25.9

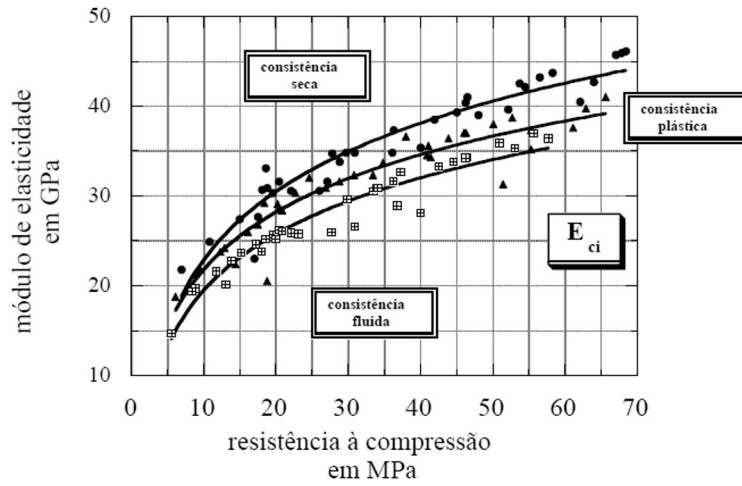
17

Resultados para traços de consistência fluida

descrição	traço 1:3	traço 1:4	traço 1:5	traço 1:6	traço 1:7
abatimento, em mm	200 ± 25	200 ± 25	200 ± 25	200 ± 25	200 ± 25
relação a/c, em kg/kg	0.400	0.506	0.606	0.717	0.824
$f_{c, 3d}$, em MPa	30.9	20.4	13.1	8.8	5.5
$f_{c, 7d}$, em MPa	36.3	29.9	19.6	11.7	8.4
$f_{c, 28d}$, em MPa	46.5	37.2	27.7	18.0	13.8
$f_{c, 63d}$, em MPa	50.9	40.0	33.5	20.4	15.2
$f_{c, 91d}$, em MPa	53.0	42.5	34.0	20.9	17.2
$f_{c, 182d}$, em MPa	55.7	44.6	34.1	22.1	18.6
$f_{c, 364d}$, em MPa	57.7	46.2	36.8	23.1	20.0
$E_{ci, 3d}$, em GPa	26.6	26.1	20.1	19.7	14.7
$E_{ci, 7d}$, em GPa	31.6	29.6	25.7	21.6	19.4
$E_{ci, 28d}$, em GPa	34.3	32.6	26.0	23.8	22.8
$E_{ci, 63d}$, em GPa	35.9	28.1	30.5	26.2	23.7
$E_{ci, 91d}$, em GPa	35.3	33.3	30.9	26.1	24.6
$E_{ci, 182d}$, em GPa	36.9	33.8	30.9	25.9	25.2
$E_{ci, 364d}$, em GPa	36.4	34.2	28.9	25.8	25.2
$E_c, 3d$, em GPa	25.6	24.8	18.9	17.8	16.0
$E_c, 7d$, em GPa	30.1	28.2	24.5	20.6	18.4
$E_c, 28d$, em GPa	32.7	28.4	23.6	22.6	21.8
$E_c, 63d$, em GPa	33.7	31.1	29.0	25.0	22.5
$E_c, 91d$, em GPa	33.2	31.7	27.4	24.8	23.4
$E_c, 182d$, em GPa	33.2	32.2	29.5	25.5	23.5
$E_c, 364d$, em GPa	35.1	32.0	30.2	25.9	23.3

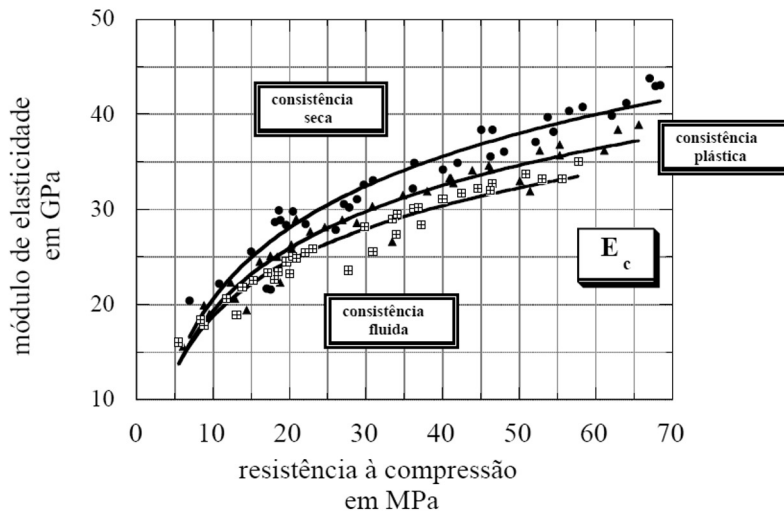
18

Correspondência entre o módulo de elasticidade inicial, E_{ci} , com a resistência à compressão dos concretos, com idades variando de 3d a 1ano



19

Correspondência entre o módulo de elasticidade secante a $0,4 \cdot f_c$, E_c , com a resistência à compressão dos concretos, com idades variando de 3d a 1ano



20

Proposta de índices de correção do módulo básico

natureza do agregado graúdo	1	consistência do concreto fresco	2
basalto e diabásio	1,1	fluida	0,9
granito e gnaiss	1,0	plástica	1,0
calcário, arenito e metasedimento	0,9	seca	1,1

21

Como estimar? (sem ensaio)

NORMA	MÓDULO TANGENTE	MÓDULO SECANTE
ABNT NBR 6118:2014*	$E_{ci} = \alpha_E * 5600 * \sqrt{f_{ck}}$ para f_{ck} de 20MPa a 50MPa $E_{ci} = 21,5 * 10^3 * \alpha_E * \left(\frac{f_{ck} + 1,25}{10}\right)^{1/3}$ para f_{ck} de 55MPa a 90MPa	$E_{cs} = \alpha_i * E_{ci}$ $E_c = \left[0,8 + 0,2 * \left(\frac{f_{ck}}{80}\right)\right] * E_{ci}$
fib MODEL CODE 2010*	$E_{ci} = 21,5 * 10^3 * \alpha_E * \left(\frac{f_{ck} + 8}{10}\right)^{1/3}$ $E_{ci}(t) = \left(e^{\left\{s * \left[1 - \left(\frac{28}{t}\right)^{0,5}\right]\right\}}\right)^{0,5} * E_{ci}$	$E_c = \alpha_i * E_{ci}$ $E_c = \left[0,8 + 0,2 * \left(\frac{f_{cm}}{88}\right)\right] * E_{ci}$

* $\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio; $1,0$ para granito e gnaiss; $0,9$ para calcário e $0,7$ para arenito.

22

Como estimar? (sem ensaio)

NORMA	MÓDULO TANGENTE	MÓDULO SECANTE
ABNT NBR 6118:2014*	$E_{ci} = \alpha_E * 5600 * \sqrt{f_{ck}}$ para f_{ck} de 20MPa a 50MPa $E_{ci} = 21,5 * 10^3 * \alpha_E * \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25\right)^{1/3}$ para f_{ck} de 55MPa a 90MPa	$E_{cs} = \alpha_i * E_{ci}$ $E_{cs} = \left[0,8 + 0,2 * \left(\frac{f_{ck}}{80}\right)\right] * E_{ci}$
ACI 318 -14**	-	$E_c = 0,043 * \omega_c^{1,5} * f_c^{1/2} \text{ (MPa)}$ para ω_c entre 1440 e 2560 kg/m ³ $E_c = 4732 * f_c^{1/2} \text{ (MPa)}$ para concreto de massa específica normal
EUROCODE 2	$E_c = 1,05 * E_{cm}$ $E_{c(t)} = 1,05 * \left(e^{\left\{ 5 * \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0,5} \right] \right\}} \right)^{0,3} * E_{cm}$	$E_{cm} = 22 * \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \text{ (} f_{cm} \text{ em MPa)}$ $E_{cd} = E_{cm} / 1,2$

* $\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio; $1,0$ para granito e gnaiss; $0,9$ para calcário e $0,7$ para arenito.
 **o item R19.2.2.1 traz a definição de E_c como a inclinação da reta traçada a partir da origem até a tensão de compressão de $0,45 * f_c$ e que os valores de módulo de elasticidade obtidos através de ensaios podem variar de 80% a 120% dos valores previstos.

23

Como estimar? (sem ensaio)

Empregando as expressões da ABNT NBR 6118:2014, pode-se considerar os valores arredondados da Tabela 8.1.

Tabela 8.1 - Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado graúdo)

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
α_i	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,93	0,95	0,98	1,00	1,00

24

ASPECTOS CONTROVERSOS

25

Tensão de referência para a medida do módulo

Norma	Tangente	Secante
ABNT NBR 8522:2008	$0,3f_c$	
Eurocode 2		$0,4f_{cm}$
<i>fib</i> Model Code 2010	$0,4f_{cm}$	
ACI 318-14		$0,45f'_c$

- Tangente ou secante?

- 30%, 40% ou 45%?

26

Comparação entre os modelos de previsão dos módulos de elasticidade

f_{ck} [MPa]	Módulo [GPa]							
	ABNT NBR 6118:2014		fib Model Code 2010		ACI 318:2011	Eurocode:2004		
	tangente E_{ci}	secante E_{cs}	tangente E_{ci}	secante $E_{c,1}$	secante E_c	tangente E_c	secante E_{cm}	cálculo E_{cd}
20	25,0	21,3	30,3	26,2	21,2	31,5	30,0	25,0
40	35,4	31,9	36,3	33,0	29,9	37,0	35,2	29,4
60	41,6	39,5	40,7	38,9	36,7	41,1	39,1	32,6
90	46,7	46,7	46,0	46,0	44,9	45,8	43,6	36,4

27

OBRIGADO!



do Laboratório de Pesquisa ao Canteiro de Obras

www.concretophd.com.br
www.phd.eng.br

11-2501-4822 / 23
 11-7881-4014

28