



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – EPUSP.
Programa de Educação Continuada – PECE.
Curso de Especialização em Gestão de Projetos de Sistemas Estruturais – Edificações.
GES-017 – Patologia, Recuperação e Reparo de Estruturas de Concreto.

PROCEDIMENTOS DE REFORÇO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO VIGAS & LAJES



Douglas Couto
Engenheiro Civil PhD Engenharia de Estruturas pela FEC-UNICAMP
Coordenador da ABREC Inovação
Professor auxiliar do PECE - EPUSP

EPUSP

04/04/2018

São Paulo/SP

O que é um reforço estrutural?



POLI USP

O que é um reforço estrutural?

O reforço estrutural consiste em uma intervenção corretiva onde se confere ao elemento estrutural o aumento de sua capacidade resistente.

POLI USP

Por que reforçar?



POLI USP

Por que reforçar?

Principais situações de necessidade:

- **Erro de projeto (subdimensionamento);**
- **Mudança de uso com aumento das ações;**
- **Retrofit com mudança de uso;**
- **Falhas de execução;**
- **Sismos;**
- **Baixa resistência dos materiais;**
- **e Outros...**

POLI USP

Sintomatologia



POLI USP

Sintoma

sintoma

substantivo masculino

- med fenômeno subjetivo (dor, mal-estar etc.) referido por um paciente acerca da sua doença freq. us. para estabelecer o seu diagnóstico.
- med em sentido lato, manifestação de alteração orgânica ou funcional.
- p. ext. indicio sinal, traço "os s. indicavam revolta iminente"
- p. ext. intuição, presságio, pressentimento. "chuva forte traz s. de inundação"

Origin

ETIM gr. *súmp̄tōma*, atos 'abaxamento, coincidência, sintoma', pelo lat. medv. *symptōma*, atos 'sintoma'

Translate sintoma to

Show less

www.google.com

POLI USP

ABNT NBR 6118

POLI USP

Tabela 13.3 - Limites para deslocamentos

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite	
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	ℓ / 250	
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	ℓ / 350	
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água Pavimentos que devem permanecer planos	Coberturas e varandas Ginásios e pistas de boliche	Total	ℓ / 250 ⁽¹⁾	
			Ocorrido após a construção do piso	ℓ / 400	
			De acordo com recomendação do fabricante do equipamento		
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento		
			Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	ℓ / 500 ⁽¹⁾ e 10 mm e $\theta = 0,0017 \text{ rad}^{(2)}$
				Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória
	Forros	Revestimentos colados	Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação frequente ($\mu = 0,30$)	H/700 e H/850 ⁽¹⁾ entre pavimentos ⁽³⁾
			Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	H/400 ⁽¹⁾ e 15 mm
			Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	H/500
Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Revestimentos pendurados ou com juntas	Ocorrido após construção do forro	ℓ / 350	
		Deslocamento ocasionado pelas ações decorrentes da frenagem	Deslocamento ocasionado após construção do forro	ℓ / 175	

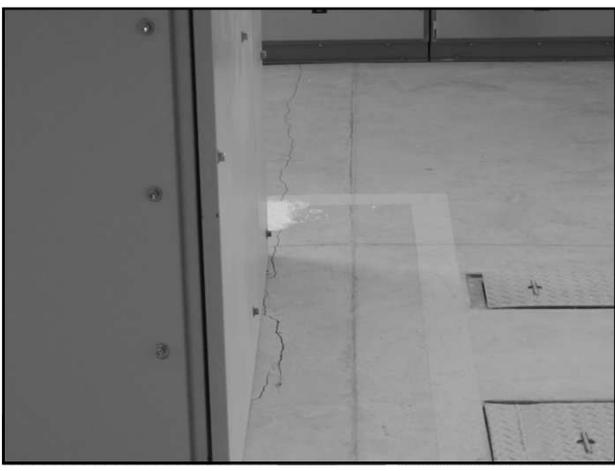
POLI USP

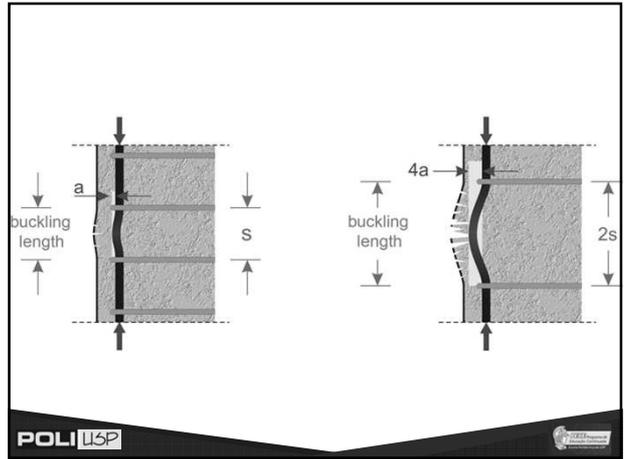
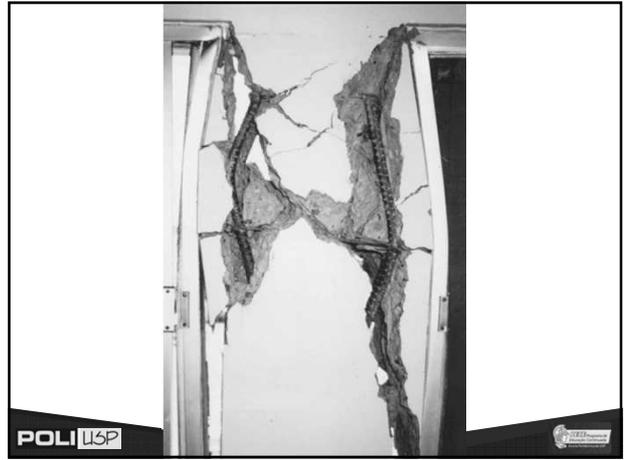
Tabela 13.4 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	---
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4 \text{ mm}$	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3 \text{ mm}$	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2 \text{ mm}$	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2 \text{ mm}$	Combinação frequente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação frequente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D ⁽¹⁾	Combinação frequente

POLI USP







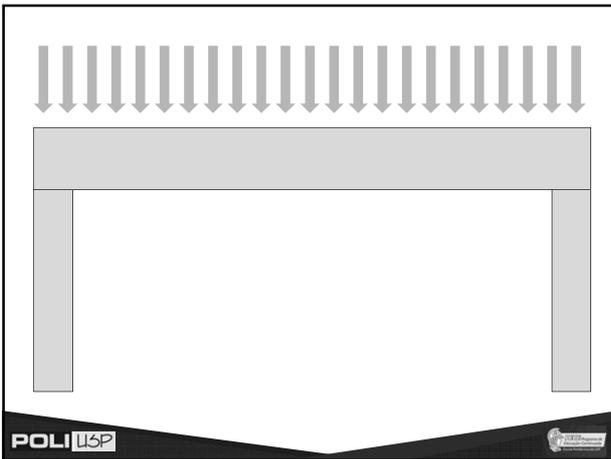
Vigas – Identificação de Mecanismos

POLI USP

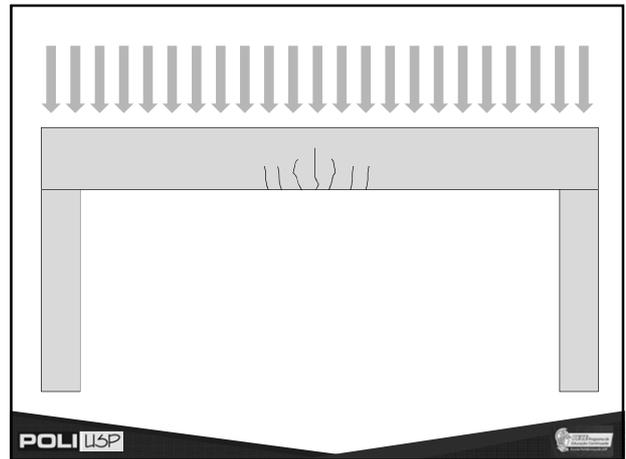


Tipologias mais comuns de fissuras

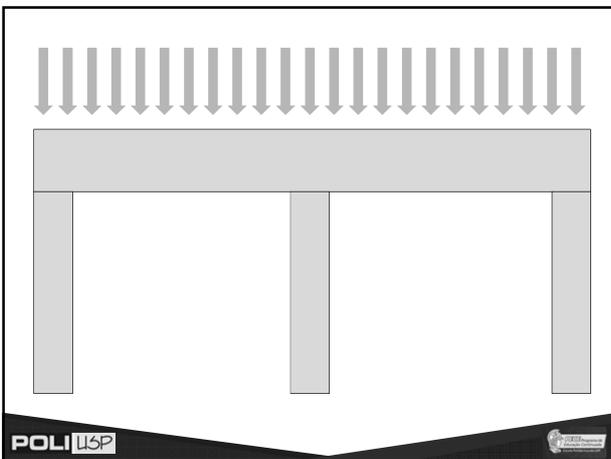
POLI USP



POLI USP

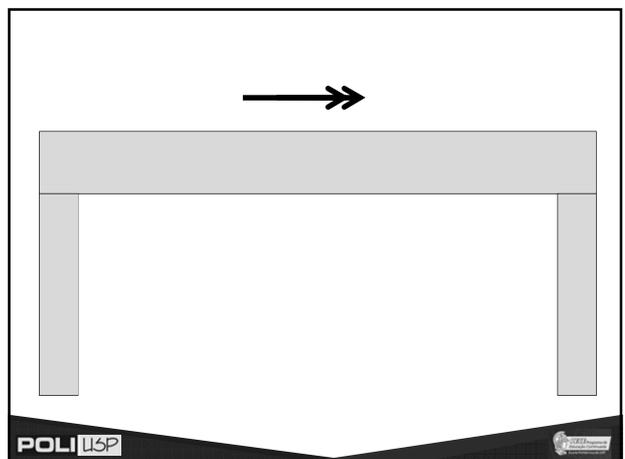
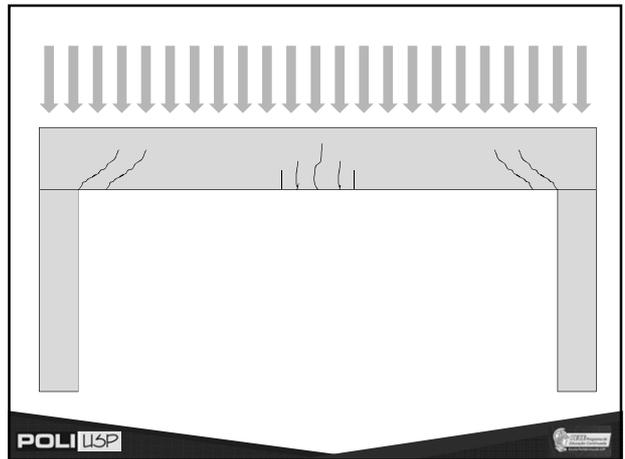
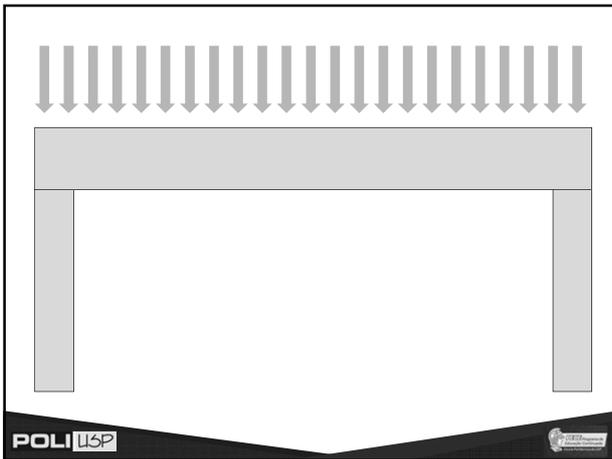
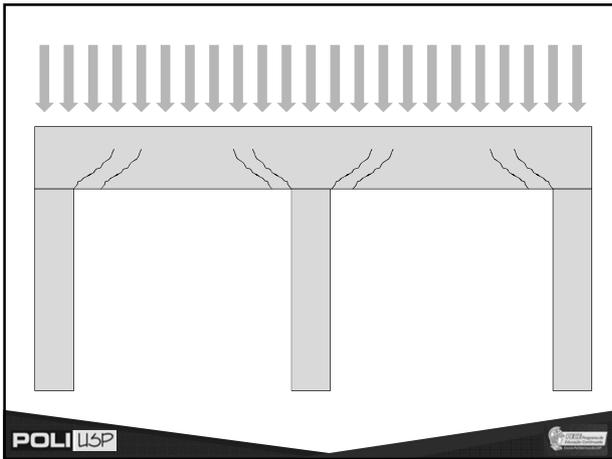


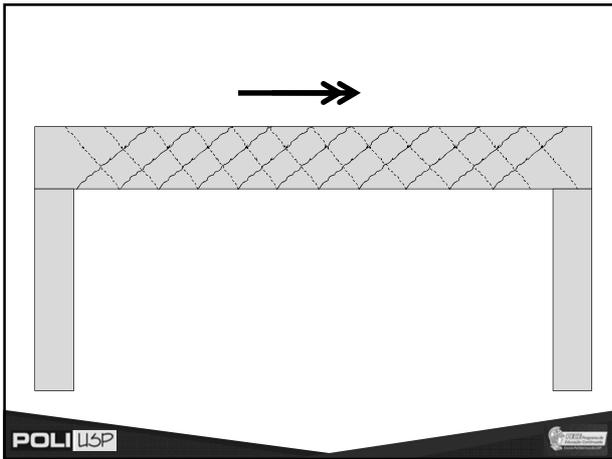
POLI USP



POLI USP

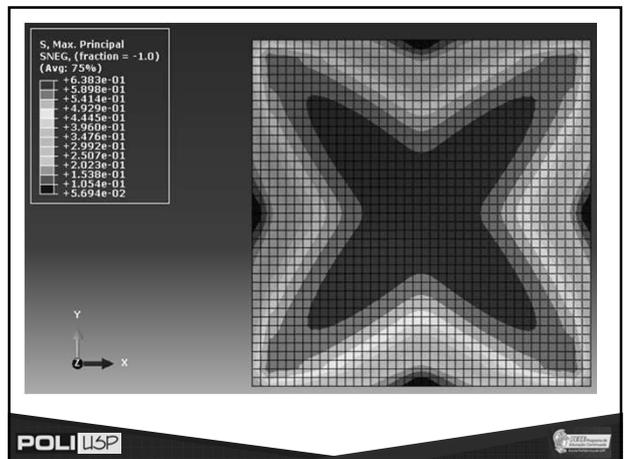
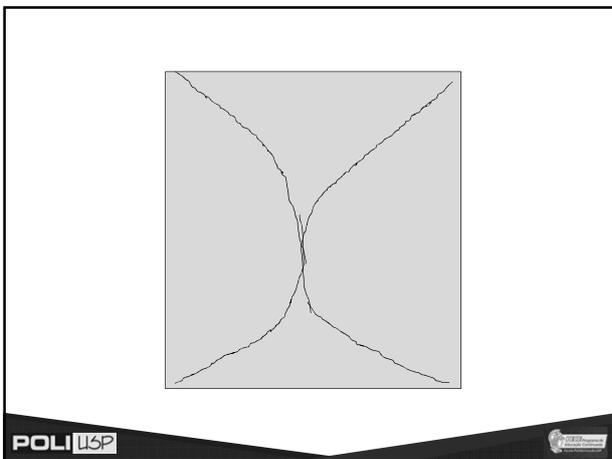
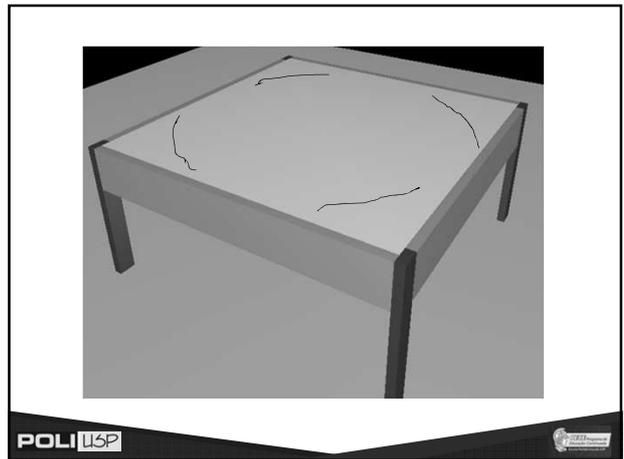


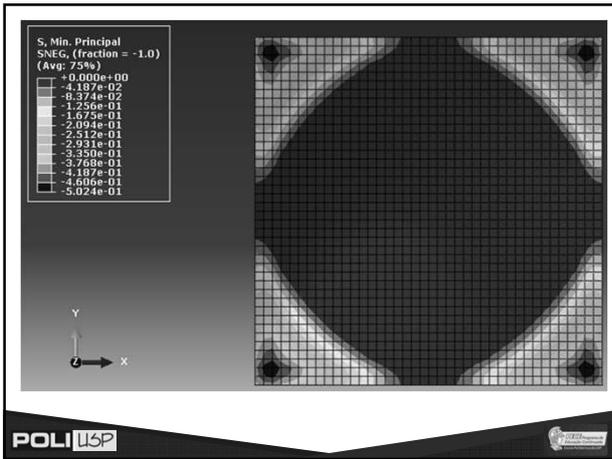




Lajes – Identificação de Mecanismos

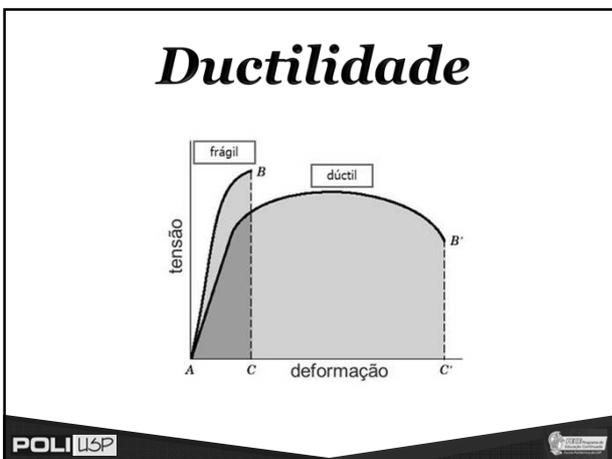
POLI USP





Revisão de alguns conceitos

POLI USP



Robustez

CAT S60

POLI USP

Resiliência



Flexão – Momento Fletor Estado Limite Último (ELU)

Critério Básico:

$$R_d \geq S_d$$

Modos de ruptura (ELU):

- **Alongamento excessivo da armadura (tração):**
 - ✓ Comportamento dúctil;
 - ✓ Fissuração excessiva e visível.
- **Esmagamento do concreto (compressão):**
 - ✓ Comportamento frágil;
 - ✓ Poucas fissuras visíveis até a plastificação do concreto.

Flexão – Momento Fletor Estado Limite Último (ELU)

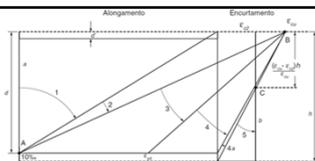
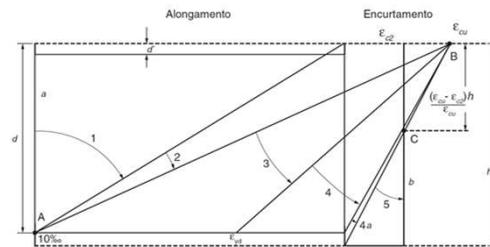
Critério Básico:

$$M_{rd} \geq M_{sd}$$

ou

$$\frac{M_{rd}}{M_{sk}} \geq \gamma_f$$

Flexão – Momento Fletor Domínios de deformação



Domínios & Limites de deformação

Encurtamento máximo p/ concretos até classe C50:

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰}$$

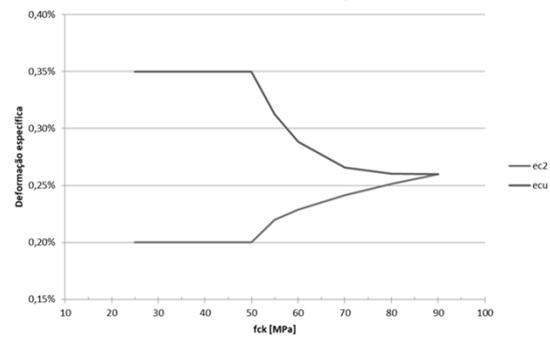
$$\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$$

Encurtamento máximo p/ concretos de C55 até C90:

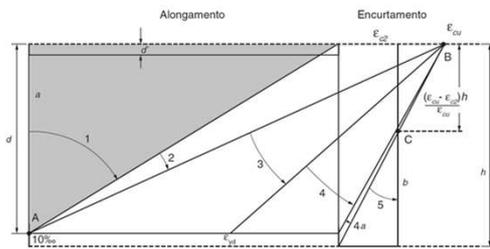
$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53}$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left(\frac{90 - f_{ck}}{100}\right)^4$$

Limites de deformação

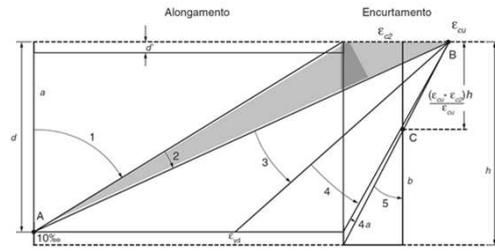


Flexão – Momento Fletor
Domínios de deformação



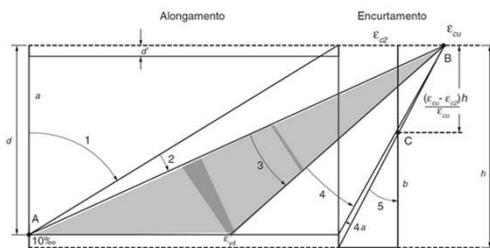
Domínio 1 e 1a

Flexão – Momento Fletor
Domínios de deformação



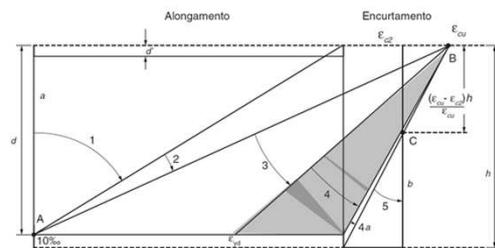
Domínio 2

Flexão – Momento Fletor
Domínios de deformação



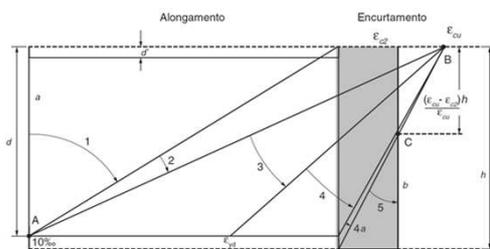
Domínio 3

Flexão – Momento Fletor
Domínios de deformação



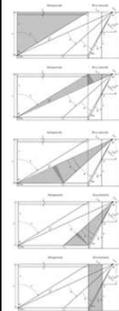
Domínio 4 e 4a

Flexão – Momento Fletor
Domínios de deformação



Domínio 5 e 5b

Flexão – Momento Fletor
Domínios de deformação



Domínio 1 → Tração (uniforme – 1a ou não)

Domínio 2 → Flexo-compressão

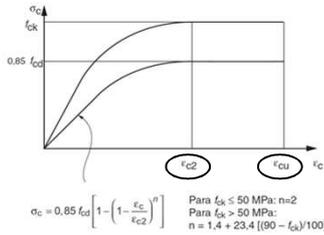
Domínio 3 → Flexo-compressão

Domínio 4 → Flexo-compressão

Domínio 5 → Compressão (uniforme 5b ou não)

Flexão – Momento Fletor Diagramas Tensão x Deformação

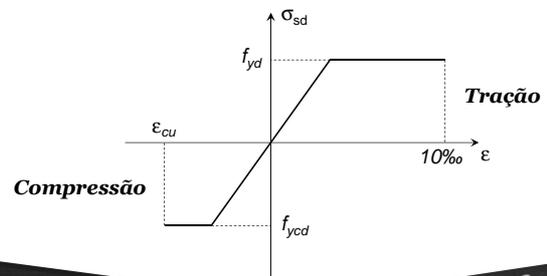
Concreto:



POLI USP

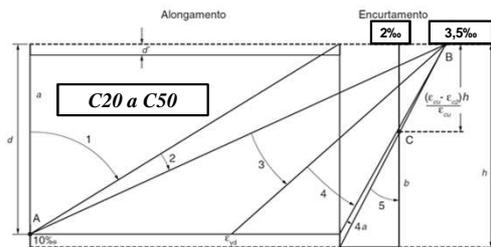
Flexão – Momento Fletor Diagramas Tensão x Deformação

Aço:



POLI USP

Flexão – Momento Fletor



Para aço CA-50A

- Para domínio 2 $\rightarrow 0 \leq \beta_x \leq \beta_{x,erit} (0,259)$
 - Para domínio 3 $\rightarrow 0,259 \leq \beta_{x,erit} \leq \beta_{x,lim} (0,628)$
 - Para domínio 4 $\rightarrow 0,629 \leq \beta_{x,lim} \leq 1,0$
- $$\beta_x = \frac{x}{d}$$

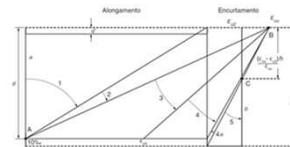
POLI USP

Flexão – Momento Fletor

Para aço CA-50A

- Para domínio 2 $\rightarrow 0 \leq \beta_x \leq \beta_{x,erit} (0,259)$
 - Para domínio 3 $\rightarrow 0,259 \leq \beta_{x,erit} \leq \beta_{x,lim} (0,628)$
 - Para domínio 4 $\rightarrow 0,629 \leq \beta_{x,lim} \leq 1,0$
- $$\beta_x = \frac{x}{d}$$

$$\frac{\epsilon_{c2}}{x} = \frac{\epsilon_s}{(d-x)}$$



POLI USP

Flexão – Momento Fletor

Critério de Ductilidade – ABNT NBR 6118

- $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rightarrow x/d \leq 0,45$;
- $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \rightarrow x/d \leq 0,35$

14.6.4.3 Limites para redistribuição de momentos e condições de ductilidade

A capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no ELU. Quanto menor for x/d , tanto maior será essa capacidade.

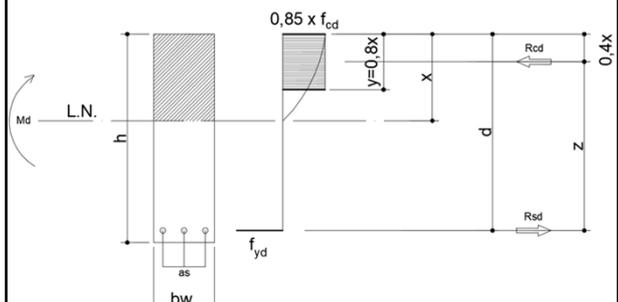
Para proporcionar o adequado comportamento dútil em vigas e lajes, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer aos seguintes limites.

- $x/d \leq 0,45$, para concretos com $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$;
- $x/d \leq 0,35$, para concretos com $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$.

POLI USP

Flexão – Momento Fletor

Equações de equilíbrio



POLI USP

Flexão – Momento Fletor Equações de equilíbrio

$$\begin{aligned} M_{rd} &= R_{cd} \cdot z & M_{rd} &= b_w \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8x \cdot (d - 0,4x) \\ M_{rd} &= R_{sd} \cdot z & M_{rd} &= A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4x) \\ R_{cd} &= R_{sd} & A_s \cdot f_{yd} &= 0,85 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot 0,8x \\ & & \rightarrow A_s &= \frac{0,85 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot 0,8x}{f_{yd}} \end{aligned}$$

POLI USP

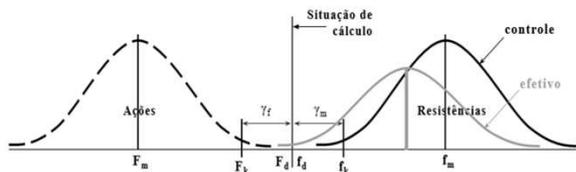
Flexão – Momento Fletor Equações de equilíbrio

$$\begin{aligned} M_{rd} &= b_w \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8x \cdot (d - 0,4x) \\ M_{rd} &= 0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot d \cdot x - 0,272 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x^2 \\ 0,272 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x^2 - 0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot d \cdot x + M_{rd} &= 0 \\ A \cdot x^2 + B \cdot x + C &= 0 \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta &= B^2 - 4 \cdot A \cdot C \\ x &= \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot A} \end{aligned} \right. \\ x &= 1,25 \cdot d \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_{rd}}{0,425 \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right) \end{aligned}$$

POLI USP

Flexão – Momento Fletor Verificação de capacidade

$$\begin{aligned} M_{rd} &\geq M_{sd} \rightarrow OK \\ M_{rd} &< M_{sd} \rightarrow KO!!! \end{aligned}$$



POLI USP

Flexão – Momento Fletor Verificação de capacidade

$$A_s \cdot f_{yd} = 0,85 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot 0,8x$$

$$x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,85 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot 0,8}$$

$$x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd}}$$

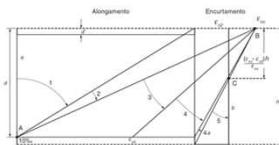
POLI USP

Flexão – Momento Fletor Verificação de capacidade

$$x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd}}$$

$$M_{rd} = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4x)$$

$$\beta_x = \frac{x}{d} \rightarrow$$



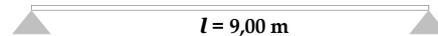
POLI USP

Flexão – Momento Fletor Exemplo

Reforçar a viga abaixo para o aumento de carga devido mudança de utilização:

Dados:

- $b_w = 35$ cm
- $h = 70$ cm
- $d = 65$ cm
- $A_s = 15,71$ cm² (5 Ø 20mm - CA-50)
- $f_{ck} = 35$ MPa
- $E_c = 28160$ MPa
- $E_s = 200000$ MPa



POLI USP

Flexão – Momento Fletor

Exemplo

$g = 10 \text{ kN/m} + q = 15 \text{ kN/m}$

$l = 9,00 \text{ m}$

Carga de projeto

$g_{add} = 5 \text{ kN/m} + q_{add} = 7 \text{ kN/m}$

$l = 9,00 \text{ m}$

Carga adicional

POLI USP

Flexão – Momento Fletor

Exemplo

$b_w = 35 \text{ cm}$
 $h = 70 \text{ cm}$
 $d = 65 \text{ cm}$
 $A_s = 15,71 \text{ cm}^2 \text{ (CA-50)}$
 $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$

Para domínio 2 $\rightarrow 0 \leq \beta_x \leq \beta_{x,crít} (0,259)$

$x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd}} \rightarrow x = 11,48 \text{ cm}$

$\frac{x}{d} = 0,177 \therefore \text{Domínio 2}$

$M_{rd} = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4x) \rightarrow M_{rd} = 412,6 \text{ kN.m}$

$\frac{M_{rd}}{1,4} \Rightarrow M_k = 294,7 \text{ kN.m}$

POLI USP

$P_k (g + q + g_{add} + q_{add}) = 37,0 \text{ kN/m}$

$l = 9,00 \text{ m}$

$M_k = \frac{P \cdot l^2}{8} \Rightarrow 374,6 \text{ kN.m}$

$\downarrow \gamma_f \rightarrow (1,4)$

$M_{sd} = 524,5 \text{ kN.m}$

$M_{rd} = 412,6 \text{ kN.m}$

$\frac{M_{rd}}{M_k} = 1,1 < 1,4$

Reforçar!

POLI USP

Esforços atuantes no ato do reforço:

Cargas atuantes antes do reforço:

- 100% da carga permanente inicial (g)
- 25% da sobrecarga inicial (q)

Momento pré-reforço:

$M_{inicial} = \frac{(g + 0,25 \cdot q) \cdot l^2}{8} \Rightarrow 139,2 \text{ kN.m}$

POLI USP

Opção de reforço com lamina de fibra de carbono (CFRP)

Procedimento da TR-55 (Concrete Society)

POLI USP

Fibra de Carbono (CF)

POLI USP

Fibra de Carbono (CF ou FRP)

- ACI 440.2R-02 
- SIA 166:2004 
- DIBt Zulassung Z-36.12-62/-67 
- Concrete Society TR n° 55 
- CSTB Avis Technique 3/08-577 
- CNR-DT 200/2004 
- CUR Aanbeveling 91 

POLI USP

Fibras – Tensão Deformação

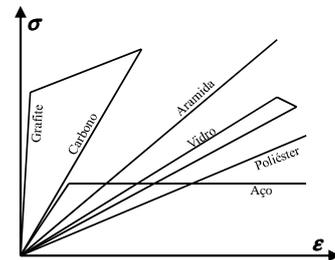


Diagrama Tensão x Deformação de Fibras (Machado, 2002)

POLI USP

Fibras – Tensão Deformação

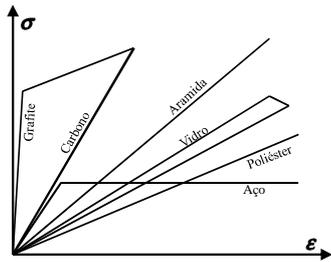


Diagrama Tensão x Deformação de Fibras (Machado, 2002)

POLI USP

1º Passo → Determinar a posição da linha neutra e Inércia da seção no Estádio II (fissurado)

Momento de fissuração:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \Rightarrow \frac{1,5 \times 0,224 \times 1000416,7}{35} = 96,04 \text{ kN.m}$$

$\alpha = 1,5$ (retangular)

$$f_{ct} = f_{ctk} = 0,21 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \Rightarrow 0,21 \cdot \sqrt[3]{35^2} = 2,24 \text{ MPa}$$

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} \Rightarrow \frac{35 \times 70^3}{12} = 1000416,7 \text{ cm}^4$$

$$y_t = \frac{h}{2} = \frac{70}{2} = 35 \text{ cm}$$

POLI USP

1º Passo → Determinar a posição da linha neutra e Inércia da seção no Estádio II (fissurado)

Momento de fissuração:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \Rightarrow \frac{1,5 \times 0,224 \times 1000416,7}{35} = 96,04 \text{ kN.m}$$

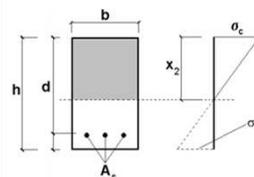
$$M_{inicial}(139,2) > M_r(96,04)$$

∴ utilizar Inércia no Estádio II (fissurado)

POLI USP

1º Passo → Determinar a posição da linha neutra e Inércia da seção no Estádio II (fissurado)

Determinação da posição da linha neutra e Inércia no Estádio II:



$$M_{LN} = 0$$

$$M_{LN} = b \cdot x \cdot \frac{x}{2} - (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot (d - x) = 0 \rightarrow x_2$$

$$\frac{b}{2} \cdot x_2^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot x_2 - (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot d = 0$$

$$I_2 = \frac{b \cdot x_2^3}{3} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot (d - x_2)^2$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{0,5E_c}$$

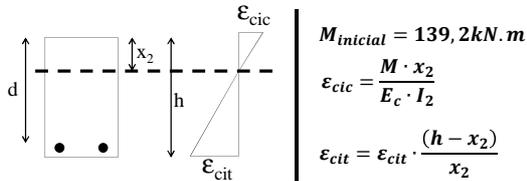
$b_w = 35 \text{ cm}$
 $h = 70 \text{ cm}$
 $d = 65 \text{ cm}$
 $A_s = 15,71 \text{ cm}^2$ (CA-50)
 $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$

$$x_2 = 22,5 \text{ cm}$$

$$I_2 = 507583,4 \text{ cm}^4$$

POLI USP

2º Passo → Determinar as deformações iniciais no estágio II



$$M_{inicial} = 139,2 \text{ kN.m}$$

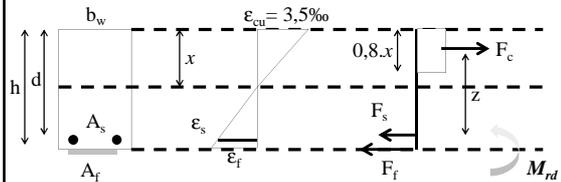
$$\epsilon_{cic} = \frac{M \cdot x_2}{E_c \cdot I_2}$$

$$\epsilon_{cit} = \epsilon_{cic} \cdot \frac{(h - x_2)}{x_2}$$

$$\epsilon_{cic} = 0,000437$$

$$\epsilon_{cit} = 0,000926$$

3º Passo → Determinar as deformações na seção na situação reforçada.

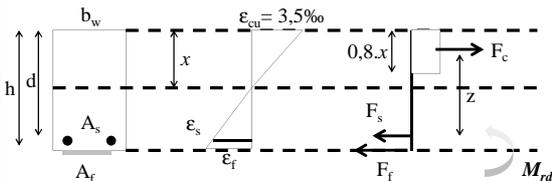


$$F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8x$$

$$F_s = f_{yd} \cdot A_s$$

$$M_{rd} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8x(d - 0,4x) - f_{yd} \cdot A_s \cdot (h - d)$$

3º Passo → Determinar as deformações na seção na situação reforçada.

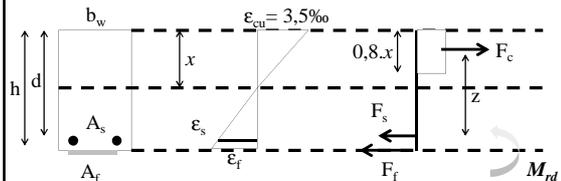


$$F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8x$$

$$F_s = f_{yd} \cdot A_s$$

$$M_{rd} = F_c \cdot b_w \cdot 0,8x(h - 0,4x) - f_{yd} \cdot A_s \cdot (h - d)$$

3º Passo → Determinar as deformações na seção na situação reforçada.



$$x = 20,58 \text{ cm}$$

$$z = 56,77 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = 0,317 < 0,45$$

$$\epsilon_{ft} = 0,00840$$

4º Passo → Determinar a tensão de tração na fibra de carbono

Dados da fibra de carbono:

$$f_{fk} = 2.500 \text{ MPa}$$

$$E_{fk} = 200.000 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{fk} = 0,013 \text{ (13‰)}$$

$$\gamma_{mf} = 1,4$$

$$\gamma_{mm} = 1,1 \text{ (devido ao processo de manufatura)}$$

$$\gamma_{mE} = 1,1$$

$$\sigma_f = E_{fd}(\epsilon_{ft} - \epsilon_{cic})$$

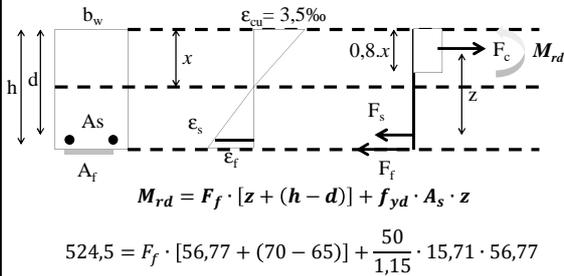
4º Passo → Determinar a tensão de tração na fibra de carbono

$$\sigma_f = E_{fd}(\epsilon_{ft} - \epsilon_{cic})$$

$$\sigma_f = \frac{20000}{1,1} \times (0,0084 - 0,000926)$$

$$\sigma_f = 135,94 \text{ kN/cm}^2$$

5º Passo → Determinar a força de tração na fibra de carbono



$F_f = 221,37 \text{ kN}$

6º Passo → Calcular a área de fibra necessária

$A_f = \frac{F_f}{\sigma_f}$
 $F_f = 221,37 \text{ kN}$
 $\sigma_f = 139,1 \text{ kN/cm}^2$

$A_f = \frac{221,37}{135,94} \Rightarrow A_f = 1,63 \text{ cm}^2$

163 mm^2

6º Passo → Calcular a área de fibra necessária

$A_{f,nec} = 160 \text{ mm}^2$

Largura	Espessura	Área Seção	n. Camadas	Área Total
50 mm	1,4 mm	70 mm ²	3	210 mm ²
60 mm	1,4 mm	84 mm ²	2	168 mm ²
80 mm	1,4 mm	112 mm ²	2	224 mm ²
90 mm	1,4 mm	126 mm ²	2	252 mm ²
100 mm	1,4 mm	140 mm ²	2	280 mm ²
120 mm	1,4 mm	168 mm ²	1	168 mm ²

6º Passo → Calcular a área de fibra necessária

$A_{f,nec} = 160 \text{ mm}^2$

Largura	Espessura	Área Seção	n. Camadas	Área Total
50 mm	1,4 mm	70 mm ²	3	210 mm ²
60 mm	1,4 mm	84 mm ²	2	168 mm ²
80 mm	1,4 mm	112 mm ²	2	224 mm ²
90 mm	1,4 mm	126 mm ²	2	252 mm ²
100 mm	1,4 mm	140 mm ²	2	280 mm ²
120 mm	1,4 mm	168 mm ²	1	168 mm ²

$A_{f,ef} = 168 \text{ mm}^2$

$b_f = 120 \text{ mm (12 cm)}$

$t_f = 1,4 \text{ mm (0,14 cm)}$

7º Passo → Verificação da ancoragem da fibra

Posição efetiva da linha neutra:

$\frac{b_w \cdot x^2}{2} = \alpha_e \cdot A_s(d - x) + \alpha_f \cdot A_{f,ef}(h - x)$

$\alpha_e = \frac{E_s}{0,5E_c} \Rightarrow \alpha_e = \frac{200000}{0,5 \times 28160} \Rightarrow \alpha_e = 14,20$

$\alpha_f = \frac{E_{fd}}{0,5E_c} \Rightarrow \alpha_f = \frac{200000}{0,5 \times 28160} \Rightarrow \alpha_f = 12,91$

$x = 24,1 \text{ cm}$

7º Passo → Verificação da ancoragem da fibra

Inércia efetiva da seção reforçada:

$I_{ref} = \frac{b_w \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s(d - x)^2 + \alpha_f \cdot A_{f,ef}(h - x)^2$

$I_{ref} = \frac{35 \times 24,1^3}{3} + 14,2 \times 15,7(65 - 24,1)^2 + 12,9 \times 1,68(70 - 24,1)^2$

$I_{ref} = 582301,7 \text{ cm}^4$

7º Passo → Verificação da ancoragem da fibra

Máxima força de aderência na fibra:

$$T_{k,m\acute{a}x} = 0,5 k_b \cdot b_f \sqrt{E_{fd} \cdot t_f \cdot f_{ctm}}$$

$$k_b = 1,06 \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{b_w}}{1 + \frac{b_f}{400}}} \geq 1,00 \Rightarrow k_b = 1,20$$

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \Rightarrow f_{ctm} = 3,21 \text{ MPa}$$

7º Passo → Verificação da ancoragem da fibra

Máxima força de aderência na fibra:

$$T_{k,m\acute{a}x} = 0,5 \times 1,20 \times 12 \sqrt{\frac{20000}{1,1} \cdot 0,14 \cdot 0,321} \Rightarrow T_{k,m\acute{a}x} = 65 \text{ kN}$$

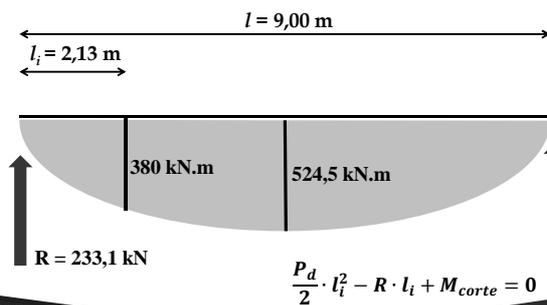
Ponto de corte da fibra:

$$T = \frac{M \cdot \alpha_f \cdot A_f (h - x)}{I_{ref}} \Rightarrow 65 = \frac{M \cdot 12,91 \cdot 1,68 \cdot (70 - 24,1)}{582301,7}$$

$$M_{corte} = 380 \text{ kN.m}$$

7º Passo → Verificação da ancoragem da fibra

$M_{corte} = 380 \text{ kN.m}$



7º Passo → Verificação da ancoragem da fibra

Comprimento de ancoragem:

$$l_{t,m\acute{a}x} = 0,7 \sqrt{\frac{E_{fd} \cdot t_f}{f_{ctm}}} \geq 500 \text{ mm}$$

$$l_{t,m\acute{a}x} = 0,7 \sqrt{\frac{200000 \cdot 1,4}{3,21}} \Rightarrow l_{t,m\acute{a}x} = 206 \text{ mm}$$

$$\therefore l_{t,m\acute{a}x} = 500 \text{ mm}$$

$$C_{total} \Rightarrow 9 - (2 \times l_i) + (2 \times l_{t,m\acute{a}x}) = 5,74 \text{ m}$$

8º Passo → Verificação da tensão de cisalhamento na resina



Tensão na armadura no ponto de corte:

$$M_{x=1,63} = R_A \cdot x - \frac{P_d}{2} \cdot x^2 \Rightarrow M = 311,1 \text{ kN.m}$$

$$\sigma_s = \frac{M \cdot \alpha_e (d - x_2)}{I_2} \Rightarrow \sigma_s = 31 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_s < f_{yd} \therefore \text{aço não escoado}$$

8º Passo → Verificação da tensão de cisalhamento na resina



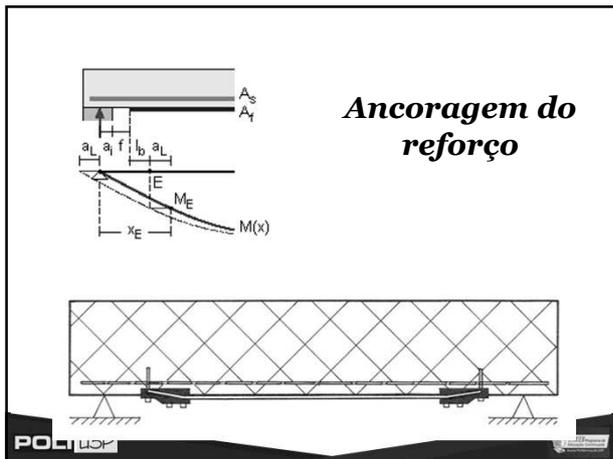
Tensão de cisalhamento na resina:

$$\tau = \frac{V \cdot \alpha_f \cdot A_{f,ef} (h - x)}{I_{ref} \cdot b_f} \Rightarrow \tau = \frac{148,6 \times 12,9 \times 1,68 (70 - 24,1)}{582301,7 \times 12}$$

$$\tau = 0,021 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{lim} = 0,08 \text{ kN/cm}^2$$

ok



9º Passo → Verificação das tensões em serviço da seção.

Tensões em serviço antes do reforço:

$x_2 = 22,5 \text{ cm}$
 $I_2 = 507583,4 \text{ cm}^4$
 $M_{\text{inicial}} = 139,2 \text{ kN.m}$

$$\sigma_{c,ini} = \frac{M \cdot x}{I_c} \Rightarrow \sigma_{c,ini} = \frac{139,2 \times 22,5}{507583,4}$$

$$\sigma_{s,ini} = \frac{M \cdot \alpha_e \cdot (d - x)}{I_c} \Rightarrow \sigma_{s,ini} = \frac{139,2 \times 14,2 \times (65 - 22,5)}{507583,4}$$

$\sigma_{c,ini} = 0,62 \text{ kN/cm}^2$ $\sigma_{s,ini} = 16,57 \text{ kN/cm}^2$

9º Passo → Verificação das tensões em serviço da seção.

Tensões em serviço depois do reforço:

$x_{\text{ref}} = 24,1 \text{ cm}$
 $I_{\text{ref}} = 582301,7 \text{ cm}^4$
 $M_{s,af} = 235,4 \text{ kN.m}$

$$\sigma_{c,af} = \frac{M \cdot x}{I_c} \Rightarrow \sigma_{c,af} = \frac{235,4 \times 24,1}{582301,7}$$

$$\sigma_{s,af} = \frac{M \cdot \alpha_e \cdot (d - x)}{I_c} \Rightarrow \sigma_{s,af} = \frac{235,4 \times 14,2 \times (65 - 24,1)}{582301,7}$$

$\sigma_{c,af} = 0,97 \text{ kN/cm}^2$ $\sigma_{s,af} = 23,51 \text{ kN/cm}^2$

9º Passo → Verificação das tensões em serviço da seção.

Tensões em serviço depois do reforço:

$\sigma_{c,ini} = 0,62 \text{ kN/cm}^2$ $\sigma_{c,af} = 0,97 \text{ kN/cm}^2$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $\sigma_{c,Total} = 1,59 \text{ kN/cm}^2$ $\sigma_{c,lim} = 0,6 f_{ck}$ $0,6 f_{ck} = 2,1 \text{ kN/cm}^2$ <p style="text-align: center;">ok</p>	$\sigma_{s,ini} = 16,57 \text{ kN/cm}^2$ $\sigma_{s,af} = 23,51 \text{ kN/cm}^2$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $\sigma_{s,Total} = 40,08 \text{ kN/cm}^2$ $\sigma_{c,lim} = 0,8 f_{yk}$ $0,8 f_{yk} = 40 \text{ kN/cm}^2$ <p style="text-align: center;">ok??</p>
---	---

6º Passo → Calcular a área de fibra necessária

$A_{f,nec} = 160 \text{ mm}^2$

Largura	Espessura	Área Seção	n. Camadas	Área Total
50 mm	1,4 mm	70 mm ²	3	210 mm ²
60 mm	1,4 mm	84 mm ²	2	168 mm ²
80 mm	1,4 mm	112 mm²	2	224 mm²
90 mm	1,4 mm	126 mm ²	2	252 mm ²
100 mm	1,4 mm	140 mm ²	2	280 mm ²
120 mm	1,4 mm	168 mm ²	1	168 mm ²

$A_{f,ef} = 224 \text{ mm}^2$
 $b_f = 80 \text{ mm (8 cm)}$
 $t_f = 1,4 \text{ mm (0,14 cm)}$

Verificação com nova Af,ef

$x = 24,4 \text{ cm}$
 $I_{ref} = 597461,6 \text{ cm}^4$
 $k_b = 1,29$
 $T_{k,máx} = 46,57 \text{ kN}$
 $M_{corte} = 210,76 \text{ kN.m}$
 $l_i = 1,02 \text{ m}$
 $l_{t,máx} = 197 \text{ mm} \Rightarrow 500 \text{ mm}$
 $C_{total} = 7,96 \text{ m}$
 $\tau = 0,057 \text{ kN/cm}^2$

$\sigma_{c,ini} = 0,62 \text{ kN/cm}^2$
 $\sigma_{c,af} = 0,96 \text{ kN/cm}^2$
 $\sigma_{c,Total} = 1,58 \text{ kN/cm}^2$

$\sigma_{s,ini} = 16,57 \text{ kN/cm}^2$
 $\sigma_{s,af} = 22,74 \text{ kN/cm}^2$
 $\sigma_{s,Total} = 39,32 \text{ kN/cm}^2$

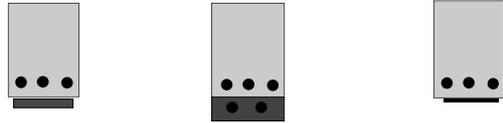
Vídeo



POLI USP

Reforço à flexão – Comparativo

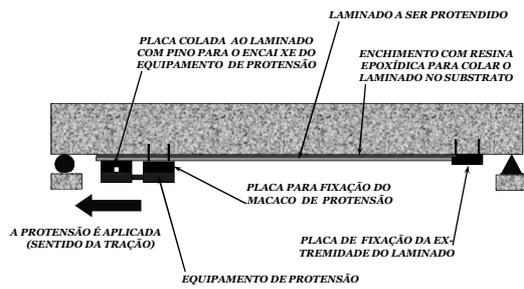
➢ 35% de acréscimo de carga acidental de viga simplesmente apoiada.



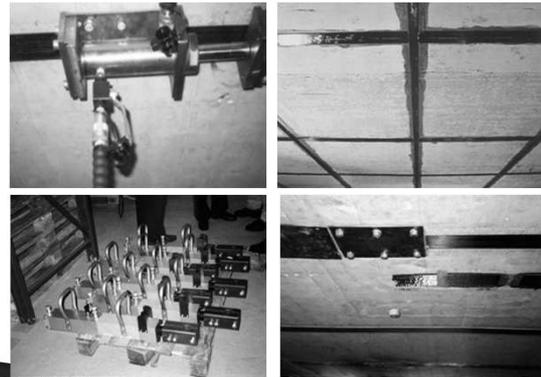
- | | | |
|---|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Chapa de aço colada • Chapa de 3/16" • 112 kg. peso morto • Colocado c/guincho | <ul style="list-style-type: none"> • 2 barras 1", 10 cm concreto • 1130 kg. peso morto • Aço, fôrmas, concreto, cura • 28 dias > resistência | <ul style="list-style-type: none"> • Fibra de carbono • 1 camada • 2,7 kg peso morto • Aplicação manual |
|---|---|---|

POLI USP

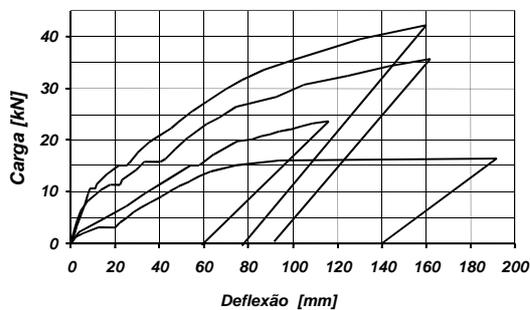
Protensão para laminados



POLI USP



POLI USP

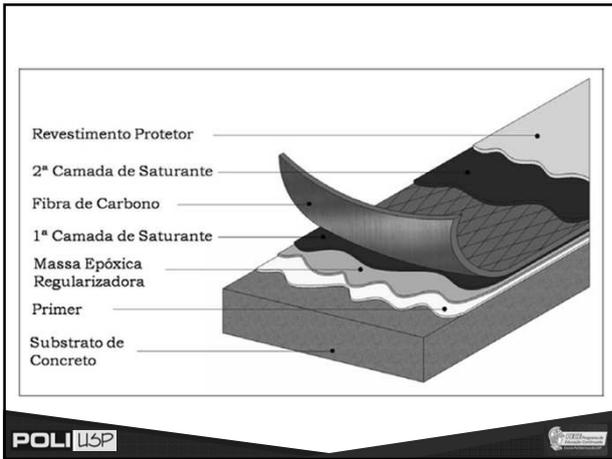


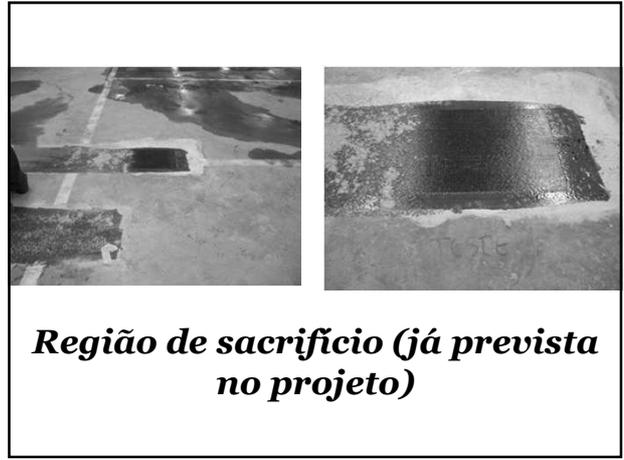
- | | |
|-------------------|---|
| — Laje controle | — Laminado protendido nível tens. 4% |
| — Laminado colado | — Laminado protendido nível de tens. 6% |

POLI USP

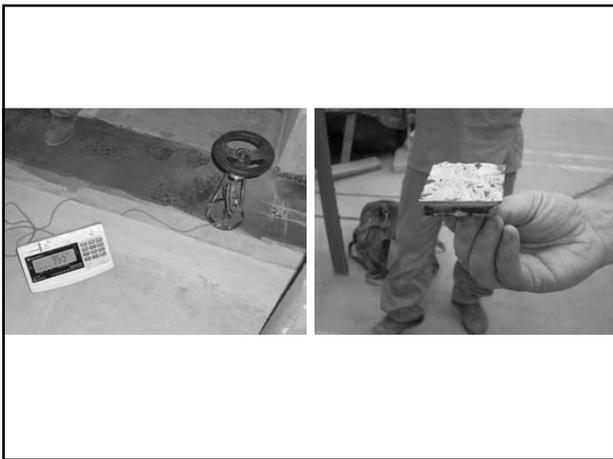
Procedimentos executivos para reforço em vigas – Cuidados e Boas Práticas

POLI USP





Região de sacrifício (já prevista no projeto)



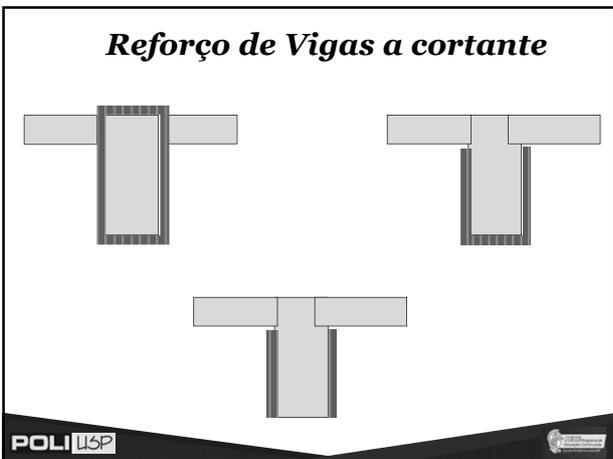
Reforço de Vigas a Cortante

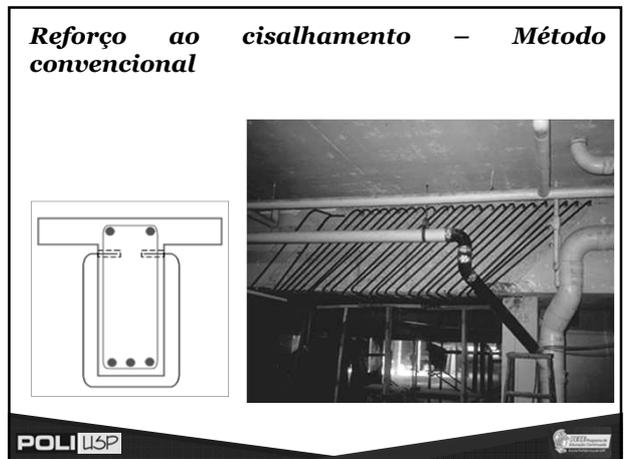
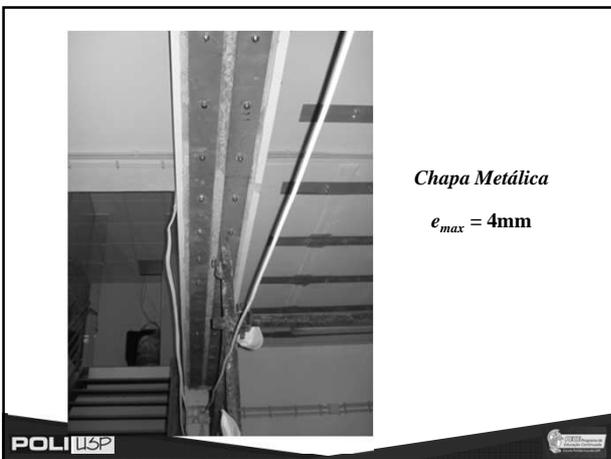
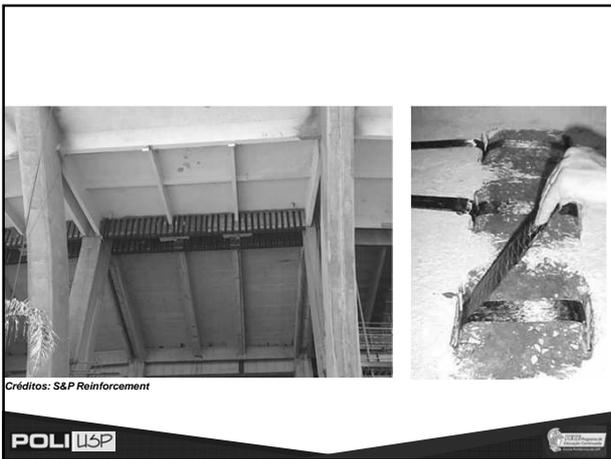
Faixas Verticais

Manta

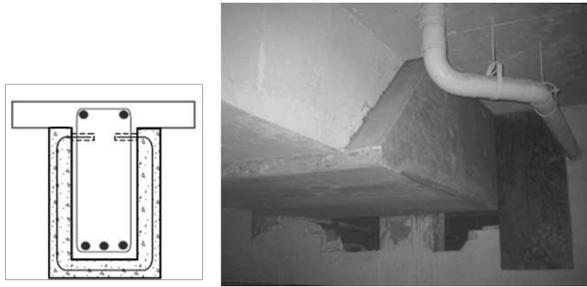
Faixas inclinadas

PC





Reforço ao cisalhamento – Método convencional



POLI USP

Reforço ao cisalhamento – Fibra de Carbono



Considerações sobre lajes em concreto armado

POLI USP

Lajes

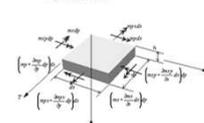
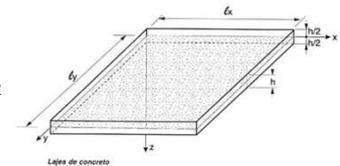
- **Elemento de Superfície**
- **Cargas normais ao plano médio;**
- **Comportamento:**
 - **Primário: Placa**
 - **Secundário: Chapa**

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad \text{eq(1)}$$

$$m_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad \text{eq(2)}$$

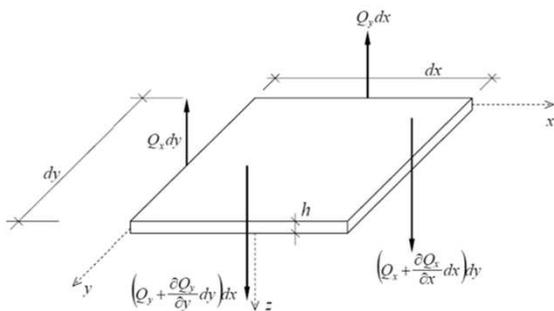
$$m_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad \text{eq(3)}$$

$$m_{xy} = -D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad \text{eq(4)}$$



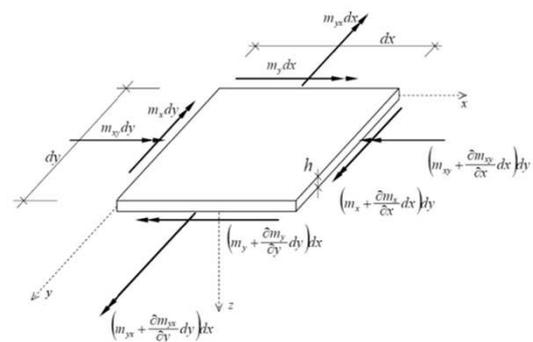
(Timoshenko - Theory of Plates and Shells)

Equilíbrio da força cortante



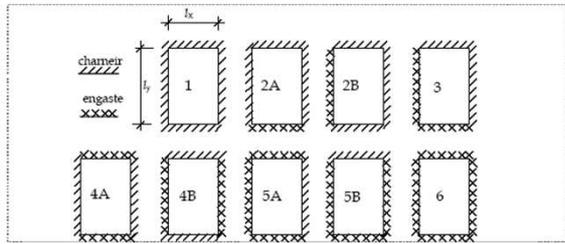
POLI USP

Equilíbrio do momento fletor



POLI USP

Tipos de apoio

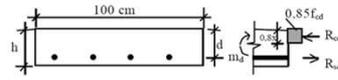


→ Tabelas

POLI USP

Dimensionamento à Flexão

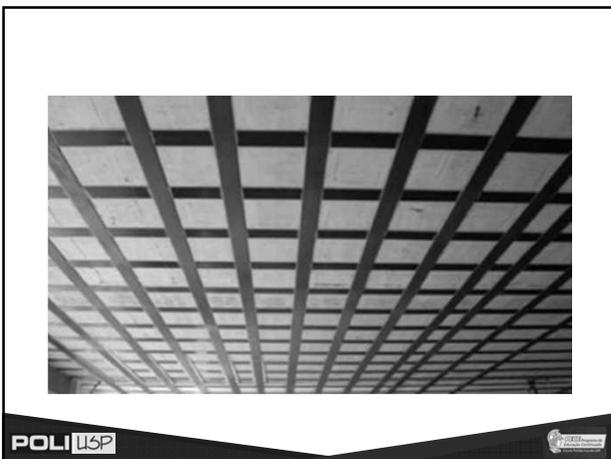
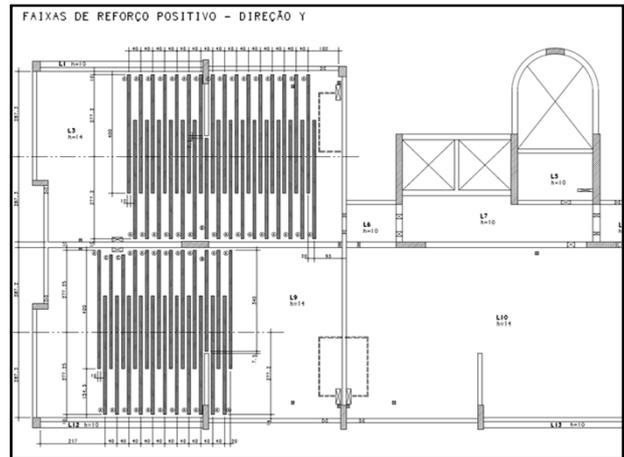
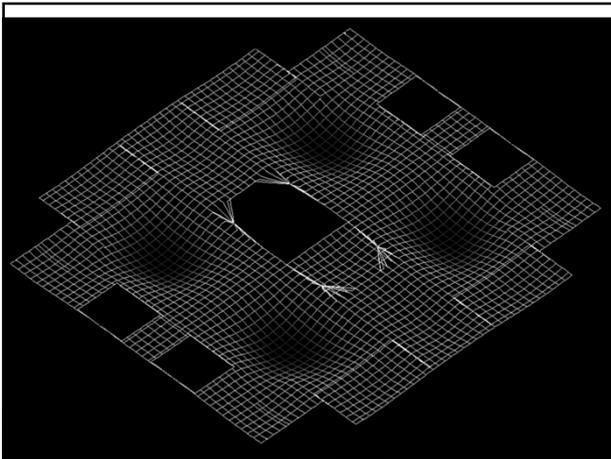
$$m_d = \gamma_f m_k = 1,4 m_k$$



$$x = 1,25d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{m_d}{0,425bd^2f_{cd}}} \right] \quad (x < x_{34})$$

$$A_s = \frac{m_d}{f_{yd}(d - 0,4x)}$$

POLI USP

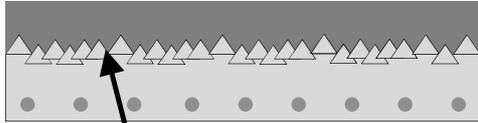


POLI USP



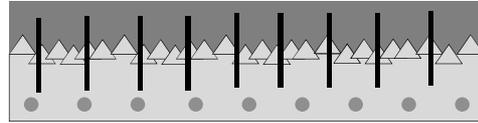
POLI USP

Aumento de espessura

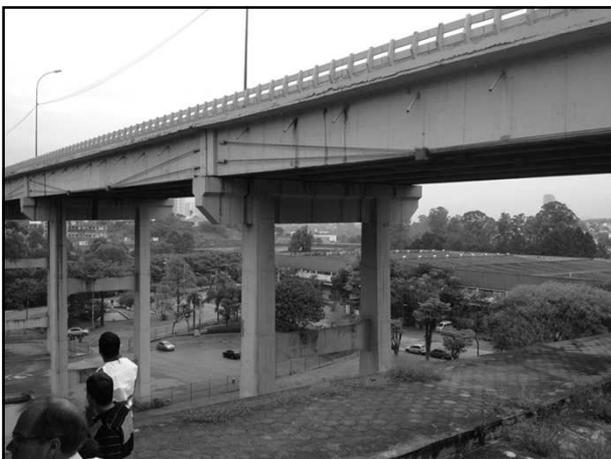
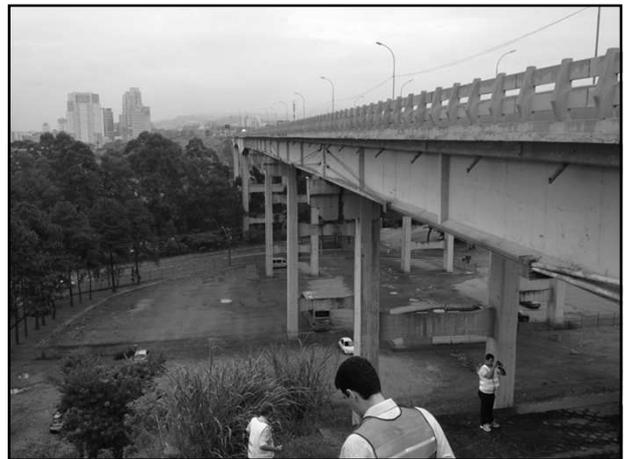


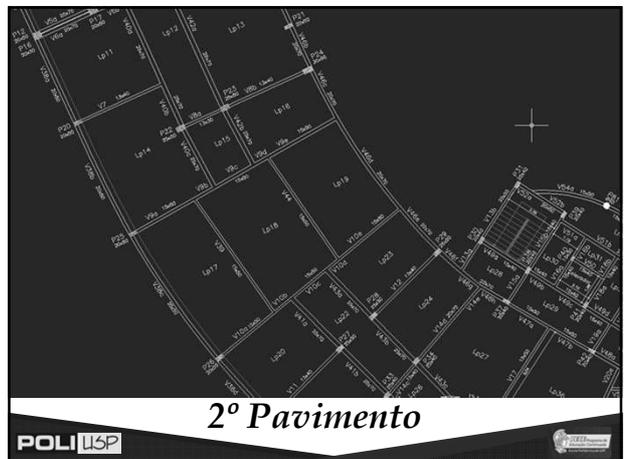
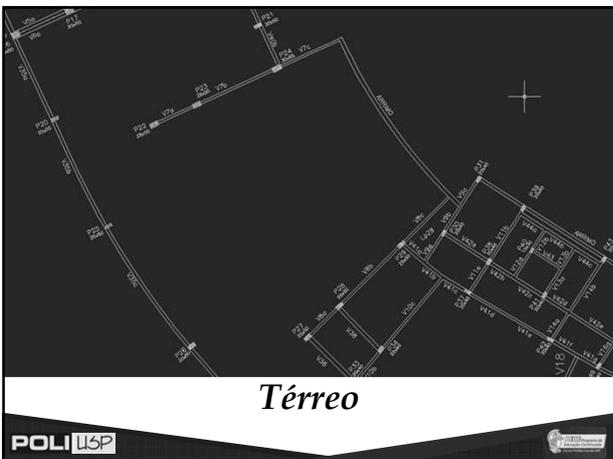
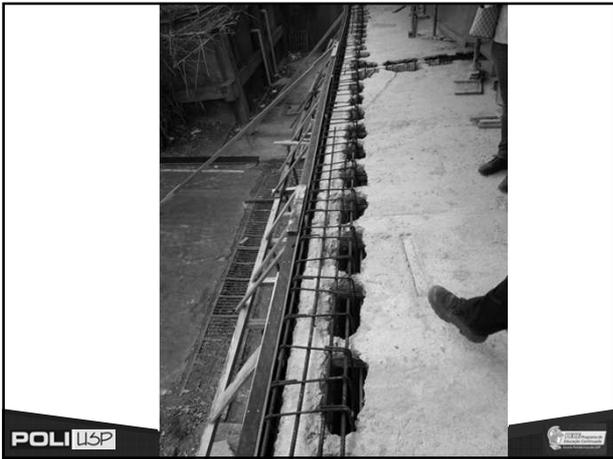
Cisalhamento na junta

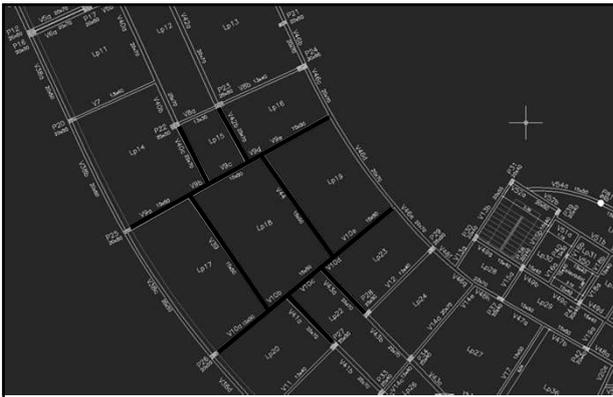
Aumento de espessura



Alguns Casos Práticos





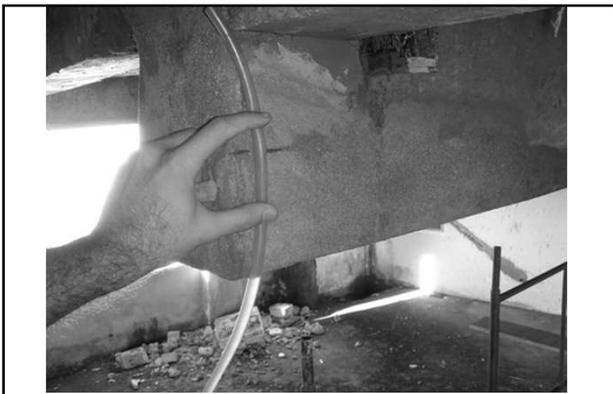


2° Pavimento

POLI LSP



POLI LSP



~ 10cm (!!!)

POLI LSP



POLI LSP



POLI LSP



POLI LSP





OBRIGADO!



"do Laboratório de Pesquisa em Construção de Obras"

www.concretophd.com.br

POLI USP

